CVIČENÍ 11: TEORIE HER A OLIGOPOL

Teorie her

1. (!) Ekonomové a ostatní sociální vědci zjišťují chování lidí v různých situacích pomocí experimentů, ve kterých lidé hrají hry o peníze. Jedna taková hra testuje, zda jsou lidé ochotní přispívat na veřejné statky (*voluntary public goods game*). Prozkoumejme následující verzi této hry. Máme dva hráče, kteří na začátku hry dostanou 100 Kč, které si mohou nechat nebo je vložit do „veřejného fondu". Peníze vložené do veřejného fondu se vynásobí 1,5krát a rozdělí se rovným dílem mezi hráče.
   (a) Nakreslete výplatní matici této hry. Mají hráči dominantní strategii? Pokud ano, jakou?
   (b) Má tato hra rovnováhu v dominantních strategiích? Pokud ano, jakou?
   (c) Má tato hra nějaké Nashovy rovnováhy? Pokud ano, jaké?
   (d) Jak by se změnily výsledky hry, kdyby se peníze vložené do veřejného fondu násobily 3krát?

2. (!) Pat a Mat spolu hrají hru, ve které se zároveň rozhodují, kterou stranu mince si ukážou. Když oba ukážou stejnou stranu mince, Pat platí Matovi korunu. Když každý z nich ukáže jinou stranu, Mat platí korunu Patovi. Znázorněte tuto hru ve výplatní matici. Má tato hra rovnováhu v dominantních strategiích nebo nějaké Nashovy rovnováhy?

3. (!) Předpokládejte, že se AMD rozhoduje, jestli vstoupí nebo nevstoupí na trh s nejnovějším čipem od Intelu. Když vstoupí na trh, Intel se může rozhodnout, že bude bojovat, zvýší výstup a sníží ceny, nebo se rozhodne nebojovat a rozdělí se s AMD o trh. Diskontované zisky z tohoto trhu v miliardách dolarů pro různé akční profily jsou dané následující výplatní maticí:

		Intel	
		bojovat	nebojovat
AMD	vstoupit	−2, 10	10, 13,5
	nevstoupit	0, 20	0, 23,5

   (a) Jaká bude dokonalá rovnováha této hry vzhledem k podhrám?
   (b) Za každou výrobní halu, kterou Intel může postavit za 2 miliardy dolarů (což sníží jeho zisk o 2 miliardy v případě, že bude bojovat i nebojovat), vzroste jeho zisk v případě boje o 1 miliardu. Bude Intel ochotný investovat do dodatečných hal? Pokud ano, kolik jich postaví, když lze postavit jen celočíselný počet hal?

4. (☺) Dva loupežníci, Lotrando a Vincek, loupí v České kotlině. Jsou domluvení, že Vincek půjde na rozcestí a přesvědčí bohatého pocestného, aby se vydal do města zkratkou přes les. Lotrando si pak na pocestného počká pod dubem a oloupí ho a každý získá 5 dukátů. Problém je v tom, že oba loupežníci rádi spí. Když se rozhodnou prospat den, je to pro ně stejně dobré jako 3 dukáty. Když ale kterýkoli z nich usne, pocestného se jim nepodaří oloupit.
   (a) Nakreslete výplatní matici této hry. Má tato hra rovnováhu v dominantních strategiích? Pokud ano, jakou?
   (b) Má tato hra nějaké Nashovy rovnováhy? Pokud ano, jaké?
   (c) Lotrando si nyní vymyslel, že ráno vyleze na dub a podívá se, jestli Vincek čeká na rozcestí na pocestného, nebo spí. Jaká bude rovnováha této hry, když Vincek ví, že ho Lotrando z dubu vidí? Ukažte tuto rovnováhu v extenzivní formě.

5. (☺) V období studené války byla vojenská strategie USA a SSSR založené na doktríně „mutually assured destruction" (MAD). Myšlenka MAD byla prostá. Obě země měly dostatečný a dobře chráněný jaderný arzenál, který jim umožnil odpovědět na případný útok druhé strany. Předpokládejte, že obě strany, jak USA tak SSSR, preferovaly situaci, ve které by jaderné rakety zničily jednu zemi, před situací, ve které by zničily obě země. Mohla pak tato strategie odradit jaderný útok? Pokud ne, dala by se tato strategie nějak spravit?

6. (☺) Uvedení produktu na trh. Dvě firmy vyvíjejí konkurenční produkty pro trh s fixní velikostí. Čím déle stráví firma vývojem, tím lepší je její produkt. Ale firma, která uvede svůj produkt na trh první, získá výhodu, protože zákazníci nemohou po koupi produktu přejít ke konkurenčnímu. Firma, která uvede svůj produkt na trh první v čase $t \in \langle 0, T \rangle$ získá podíl na trhu $h(t)$. $h(t)$ je rostoucí funkce, pro niž platí, $h(0) = 0$ a $h(T) = 1$. Druhá firma získá zbytek trhu. Cílem firem je získat co nejvyšší podíl na trhu. Zformulujte hru, která modeluje tuto situaci, a nalezněte Nashovy rovnováhy.

Oligopol

7. (!) Saki a Kiku jsou jediní dva farmáři, kteří v odlehlém hornatém regionu pěstují dýni Hokaido. Tržní poptávka po dýních je zde $q = 2\,000 - 200p$. Saki

má políčko na jižní straně hory. Jeho náklady na vypěstování každé další dýně jsou 1 yen. Kiku má políčko na západní straně hory a jeho náklady na výpěstování každé další dýně jsou 4 yeny. Ani jeden nemá další náklady související s pěstováním dýní. Saki a Kiku se rozhodují ve stejný okamžik, kolik zasadí a vypěstují dýní.

(a) Jakému modelu odpovídá tato tržní situace?

(b) Jaké budou reakční funkce obou farmářů?

(c) Jaká bude Nashova rovnováha této hry? Jaká bude tržní cena? Jaké budou zisky těchto farmářů?

(d) Zakreslete reakční funkce do grafu a vyznačte zde Nashovu rovnováhu.

8. (!) Situace Sakiho a Kika je stejná jako v předchozím příkladě s jedním rozdílem. Na Sakiho políčku sleze sníh o několik dní dřív než na Kikově políčku. Saki tak může zasadit dýně dřív než Kiku, takže Kiku jasně vidí, kolik dýní Saki plánuje vypěstovat.

(a) Jakému modelu odpovídá tato tržní situace?

(b) Jaká bude u této hry dokonalá rovnováha vzhledem k podhrám? Jaká bude tržní cena? Jaké budou zisky těchto farmářů?

(c) Kika tato změna nepříjemně zasáhla. Naštěstí pro něj se mu podařilo vymyslet způsob, jak sázet dýně pod sněhem ještě dřív než Saki tak, aby Saki věděl, kolik dýní Kiku zasadil. Jaká bude dokonalá rovnováha vzhledem k podhrám nyní? Jaká bude tržní cena? Jaké budou zisky obou farmářů?

(d) Zakreslete obě rovnováhy do grafu z předchozího příkladu a vysvětlete.

9. (!) Předpokládejte, že cenová elasticita poptávky po leteckých službách mezi dvěma dvěma městy je -2. Máme v odvětví 4 letecké společnosti v Cournotově rovnováze. Všechny tyto společnosti mají stejné náklady. Jaký bude poměr mezi cenou a mezními náklady jedné firmy?

10. (!) V odvětví je 20 malých firem, které se chovají dokonale konkurenčně a mají každá nákladovou funkci $c(y) = y^2/2$. Dále je zde jeden cenový vůdce s nulovými náklady. Tržní poptávková funkce je $D(p) = 1\,000 - 80p$.

(a) Jaká je celková nabídka dokonale konkurenčních firem?

(b) Jaké množství a za jaké ceny bude nabízet cenový vůdce?

(c) Jaké množství budou nabízet dokonale konkurenční firmy?

11. (☺) Pouze dvě firmy na světě vyrábí speciální „zařízení“ na opékání slaniny v mikrovlnné troubě. Obě firmy mají stejné náklady na výrobu jednoho zařízení ve výši jednoho dolaru a nemají žádné fixní náklady. Tržní poptávka je $q = 6\,000 - 1\,200p$. Obě firmy prodávají toto zařízení na internetu, kde mohou kdykoli změnit cenu. Produkty obou firem jsou identické a firmy nemají problém jich vyrobit v podstatě libovolné množství. Firma, která nabízí vyšší cenu, neprodá nic a druhá firma prodá celé tržní množství. Pokud tyto firmy stanoví stejnou cenu, rozdělí si tržní množství rovným dílem.

(a) Jakému modelu odpovídá tato tržní situace?

(b) Jaká bude Nashova rovnováha této hry? Vysvětlete. Jaká množství produkce tyto firmy vyrobí? Jaké budou zisky těchto firem?

(c) Co by se stalo, kdyby jedna z těchto firem přišla s inovací, která by snížila její náklady na 0,5 dolaru.

12. (☺) Najděte Nashovu rovnováhu v Cournotově oligopolu se dvěma firmami v případě, kdy inverzní poptávková funkce je $P(Q) = 10 - Q$ a nákladová funkce firmy i má tvar

$$C_i(q_i) = \begin{cases} 0 & \text{pokud } q_i = 0, \\ f + 2q_i & \text{pokud } q_i > 0, \end{cases}$$

kde $f > 0$.

(a) Odvoďte a nakreslete reakční křivky obou firem pro $f = 4$ a najděte Nashovy rovnováhy.

(b) Odvoďte a nakreslete reakční křivky obou firem pro $f = 9$ a najděte Nashovy rovnováhy. Jak ovlivňují kvazifixní náklady rozhodování firmy?

13. (☺) Mějme trh se dvěma firmami, které stanovují ceny své produkce. Poptávka má tvar $D(p) = 1 - p$. Každá firma má určité výrobní kapacity k_1 a k_2, přičemž $k_1, k_2 \leq 1/3$. Firmy mohou nakonec na trhu prodat menší množství, než odpovídá jejich kapacitě. Pokud nestanoví stejné ceny, pak reziduální poptávka po produkci firmy i s vyšší cenou je $D(p_i) - k_{-i}$, kde k_{-i} je kapacita druhé firmy. Firma má jen utopené náklady ve výši $0{,}1k_i$.

(a) Dokažte, že profil akcí v němž obě firmy stanoví cenu p^* takovou, že $D(p^*) = k_1 + k_2$, je Nashova rovnováha.

(b) Předpokládejme, že se v předchozím obodobí firmy rozhodovaly o velikosti svých výrobních kapacit. Jaké je SPE celé hry?

ŘEŠENÍ

Teorie her

1. (a) Ano, dominantní strategie je nechat si peníze.
   (b) Ano, oba hráči si nechají peníze.
   (c) Ano, oba hráči si nechají peníze.
   (d) V rovnováze v dominantních strategiích i v Nashově rovnováze by oba hráči vložili peníze do veřejného fondu.
2. Nemá.
3. (a) Vstoupit, nebojovat.
   (b) Postaví 4 výrobní haly.
4. (a) Nemá.
   (b) Ano, dvě. Oba spí nebo oba loupí.
   (c) Oba budou loupit.

Oligopol

7. (a) Cournotův model.
   (b) Saki: $f_S(q_K) = q_S = 900 - q_K/2$,
   Kiku: $f_K(q_S) = q_K = 600 - q_S/2$.
   (c) Nashova rovnováha je $(q_S, q_K) = (800, 200)$,
   $p = 5$, $\pi_S = 3\,200$ a $\pi_K = 200$.
   (d) –
8. (a) Stackelbergův model.
   (b) SPE je $(q_S, q_K) = (1200, 0)$,
   $p = 4$, $\pi_S = 3600$ a $\pi_K = 0$.
   (c) SPE je $(q_S, q_K) = (750, 300)$,
   $p = 4{,}75$, $\pi_S = 2\,812{,}5$ a $\pi_K = 225$.
   (d) –
9. $p/MC_i = 8/7$.
10. (a) $S(p) = 20p$.
    (b) $y = 500$, $p = 5$.
    (c) $S(p) = 100$.
11. (a) Bertrandův model.
    (b) Každá firma stanoví cenu 1 dolar. Každá vyrobí 2400 kusů produktu. Zisky těchto firem budou 0.
    (c) Prodá 4800 kusů za cenu $1 - \epsilon$, kde ϵ je číslo limitně se blížící k 0. Zisk bude 2400 dolarů.
12. (a) Obě reakční křivky budou nespojité. Na své klasické reakční křivce by totiž každá firma byla při určitých množstvích druhé firmy kvůli nákladům f ve ztrátě, bude tedy maximalizovat zisk při množství 0. Hra má tři Nashovy rovnováhy: $(q_1^*, q_2^*) = (8/3, 8/3)$, $(4, 0)$ a $(0, 4)$.
    (b) Hra má dvě Nashovy rovnováhy: $(q_1^*, q_2^*) = (4, 0)$ a $(0, 4)$.