Základy ekonometrie

V. Uvolnění klasických předpokladů – heteroskedasticita

Obsah tématu

1. Nenulová střední hodnota náhodné složky
2. Nenormalita
   - Testování
   - Řešení nenormality
3. Heteroskedasticita
   - Příčiny heteroskedasticity
   - Důsledky heteroskedasticity na OLS estimátor
   - Řešení heteroskedasticity při známém rozptylu
   - Řešení heteroskedasticity při neznámém rozptylu
   - Testování heteroskedasticity

Úvod

- Doposud:

$$Y_i = \alpha + \beta_1 X_{1i} + \ldots + \beta_k X_{ki} + \epsilon_i.$$

- Klasické předpoklady:
  1. $E(\epsilon_i) = 0$.
  2. $var(\epsilon_i) = \sigma^2$.
  3. $cov(\epsilon_i, \epsilon_j) = 0$ pro $i \neq j$.
  4. ϵ_i má normální rozdělení.
  5. Vysvětlující proměnné jsou fixní, tedy nenáhodné veličiny.

Teorie vs. realita

- Zcela dokonalé modely, techniky a data k dispozici nemáme.
- Teoretické předpoklady tak obvykle neodpovídají realitě používaných dat a modelů.

Obsah tématu

Úvod

- Předpoklad, že pracujeme se správným modelem.

$$E(Y_i) = \alpha + \beta_1 X_{1i} + \ldots + \beta_k X_{ki}.$$

- Vždy splněno, pokud je v modelu úrovňová konstanta.
- V opačném případě:
  - Koeficient determinace, $1 - \frac{SSR}{TSS}$, i negativní.
  - Zkreslení odhadu parametrů + koeficient determinace ztrácí na svém původním významu → střední hodnota (výběrový průměr) závisle proměnné ≠ průměru (střední hodnotě) vyrovnaných hodnot modelu ($TSS \neq RSS + SSR$).

Obsah tématu

Úvod

- Lze aproximativně uvolnit (asymptotická teorie).
- $\widehat{\beta}$ aproximativně rozdělen podle $N(\beta, \frac{\sigma^2}{\sum X_i^2})$.
- Problém při práci s malými vzorky.

Obsah tématu

Jarqueův-Berův test

- Koeficienty šikmosti a špičatosti.

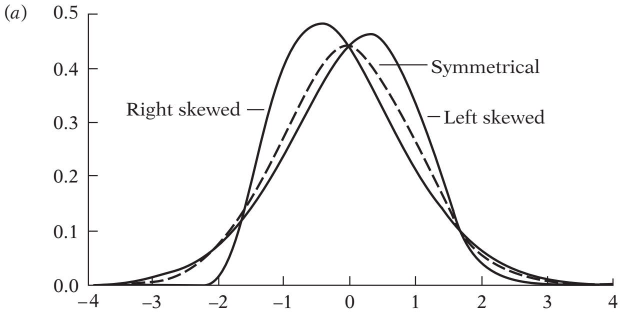
$$skew = \frac{E\left(\epsilon^3\right)}{\left(\sigma^2\right)^{3/2}} \quad kurt = \frac{E\left(\epsilon^4\right)}{\left(\sigma^2\right)^2}.$$

- H_0 : výběr z normálního rozdělení:

$$JB = N\left[\frac{skew^2}{6} + \frac{(kurt-3)^2}{24}\right] \sim \chi^2_2.$$

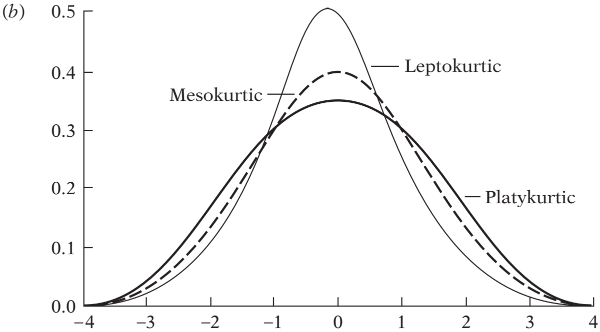
- $\widehat{\sigma}^2 \rightarrow$ odhady šikmosti a špičatosti, $\widehat{skew}$ resp. $\widehat{kurt}$ (ML odhad $\frac{1}{N}\sum \widehat{\epsilon}_i^2$).

Příklad – šikmost



Zdroj: Gujarati, Porter (2009) – Basic econometrics.

Příklad – špičatost



Zdroj: Gujarati, Porter (2009) – Basic econometrics.

Obsah tématu

Metoda maximální věrohodnosti

- „Nenormální" věrohodnostní funkce – např. *t*-rozdělení (tlustší konce).
- Aplikace ve financních – pozorování větší volatility výnosnosti aktiv než podle normálního rozdělení.
- Obecně preference OLS odhadu – dobře rozebrány vlastnosti.

Odlehlá pozorování (outliers)

- Odstranění vlivu odlehlých pozorování (pomocí umělých proměnných) $\times$ umělé zlepšení charakteristik modelu + každé pozorování je částí informace.
- Příklad: rezidua z analýzy časové řady cen akcií 1980-1990; extrémní výchylka v říjnu 1987.

$$Y_i = \alpha + \beta_1 X_{1i} + \beta_2 X_{2i} + \beta_3 D_{1i} + \epsilon_i.$$

- D_1 hodnota 1 pouze pro pozorování v říjnu 1987 $\rightarrow$ jako odstranění proměnné (výsledné reziduum pro toto pozorování nulové).
- Pokud umělá proměnná – nutno věcně zdůvodnit (např. černé úterý v říjnu 1987).

Obsah tématu

Úvod

- Heteroskedasticita = rozptyl náhodných složek se liší v rámci jednotlivých pozorování.
- Existence heteroskedasticity:

$$var\left(\epsilon_i\right) = \sigma^2 \omega_i^2 .$$

- Maticově, kovarianční matice náhodných složek:

$$var(\epsilon) = \sigma^2 \begin{pmatrix} \omega_1^2 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \omega_2^2 & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & \omega_N^2 \end{pmatrix} = \sigma^2 \Omega .$$

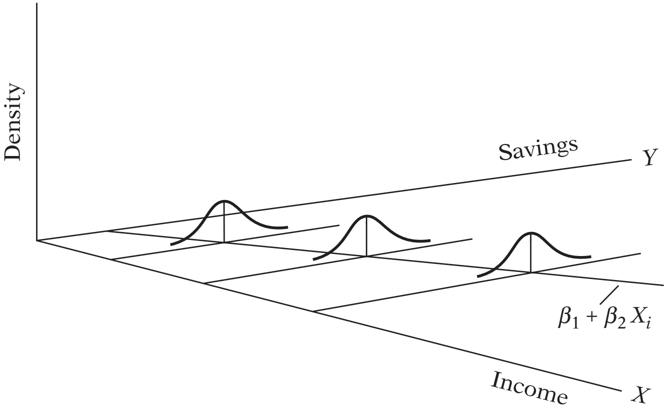
On Heteros*edasticity

- J. Huston McCulloch (1985): „On Heteros*edasticity," *Econometrica*, Vol. 53, No. 2, (Mar. 1985), p. 483.
- Psaní s „c" nebo „k"? (hlavní problém ekonometrické ortografie dané doby).
- Z řečtiny: hetero- ($\grave{\epsilon}\tau\epsilon\rho o-$) = „jiný", „odlišný" a skedannumi ($\sigma\kappa\epsilon\delta\acute{\alpha}\nu\nu\upsilon\mu\iota$) = „rozptýlit".
- Otázka transkripce řeckého κ do angličtiny.
- Obvykle jako *k*: skeptic ($\sigma\kappa\epsilon\pi\tau\iota\kappa\acute{o}s$), skeleton ($\sigma\kappa\epsilon\lambda\epsilon\tau\acute{o}s$).
- Někdy jako *c* (pokud přes Francii nebo z vědeckého světa z latiny): sceptre ($\sigma\kappa\tilde{\eta}\pi\tau\rho o\nu$), scene ($\sigma\kappa\eta\nu\acute{\eta}$), cyclic ($\kappa\upsilon\kappa\lambda\iota\kappa\acute{o}s$).

On Heteros*edasticity – závěr

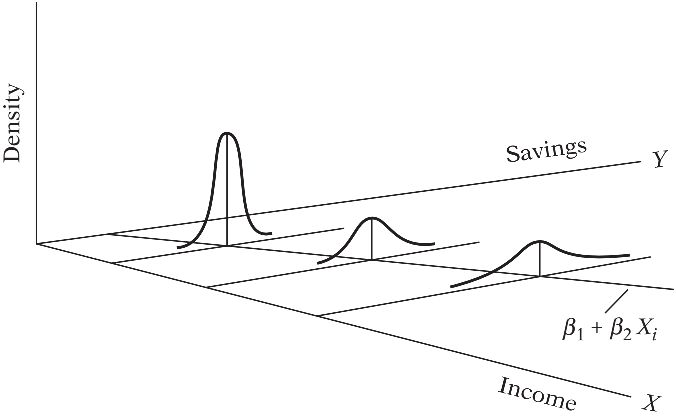
- Ve francouzštině nebo latině: $\kappa \rightarrow c$ (k obvykle nepoužívané).
- Angličtina, francouzština, latina: c před e vždy měkké (ceremony, cease, cell, cent, center).
- Údajná výjimka: „Celtic“ – chybná výslovnost [keltik]! (z Francie (celtique), ne přímo z řečtiny nebo nepřímo z němčiny).
- Pokud „heteroscedasticity“: do angličtiny buď v 1066 s invazí Normanů nebo ve středověku z latiny $\rightarrow$ výslovnost [heterossedasticity].
- Pravopisně správné tedy „heteroskedasticity“.

Homoskedastické rozdělení



Zdroj: Gujarati, Porter (2009) – Basic econometrics.

Heteroskedastické rozdělení



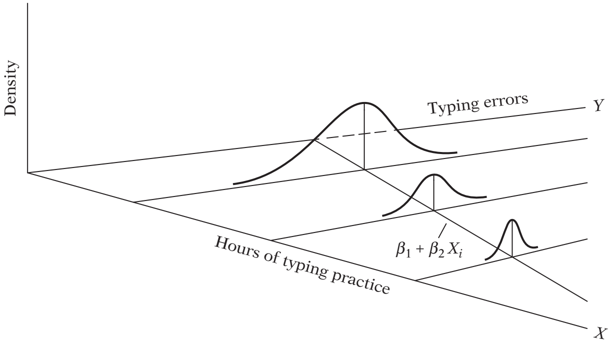
Zdroj: Gujarati, Porter (2009) – Basic econometrics.

Obsah tématu

1. Error-learning errors

- Lidé se učením dopouštějí menšího množství chyb.
- Rozptyl, σ_i^2, klesá.
- Příklad: počet chyb při psaní na stroji v závislosti na počtu hodin strávených tréninkem.

Příklad – psaní na stroji



Zdroj: Gujarati, Porter (2009) – Basic econometrics.

2. Růst důchodu

- Růst příjmů $\rightarrow$ větší volnost s nakládáním.
- σ_i^2 roste s růstém důchodu.
- Příklad: regrese úspor na důchod, variabilita v dividendové politice firem s růstem jejich velikostí, růstově orientované $\times$ ustálené firmy a výplata dividend.

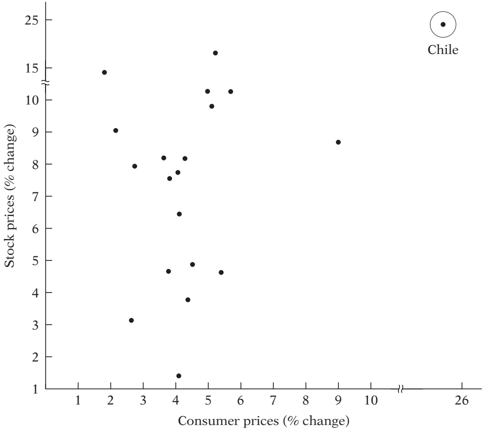
3. Zlepšení techniky sběru dat

- Pokles σ_i^2.
- Příklad: bankovní data, kdy banky s dobrým systémem sběru dat mají při prezentaci měsíčních nebo čtvrtletních záznamů o zákaznících nižší chybu měření.

4. Přítomnost odlehlých hodnot

- Obecně: *outlier* je pozorování z jiné populace než té generované ve zbytku vzorku.
- Ovlivnění hlavně u malých vzorků.
- Příklad: procentní změna cen akcií (Y) a spotřebitelských cen (X) pro poválečné období do roku 1969 pro 20 zemí (odlehlé hodnoty pro Chile).

Příklad – odlehlá hodnota

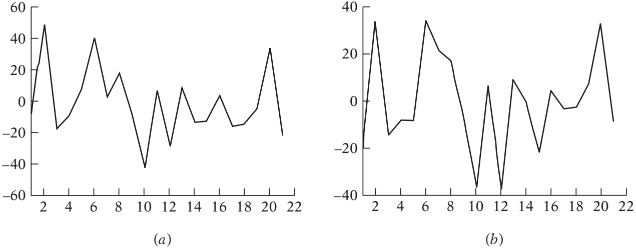


Zdroj: Gujarati, Porter (2009) – Basic econometrics.

5. Nekorektní specifikace modelu

- Nezahrnutí důležitých vysvětlujících proměnných.
- Příklad 1: poptávková funkce po nějaké komoditě a nezahrnutí cen komplementů či substitutů.
- Příklad 2: vliv výdajů na reklamní kampaň (X) na příslušné veličiny (např. tržby, Y) – prostá regrese (a) a zahrnutí X^2 (b).

Příklad – efekt výdajů na reklamu



Zdroj: Gujarati, Porter (2009) – Basic econometrics.

6. Rozdělení jedné nebo více vysvětlujících proměnných

- Vliv šikmosti rozdělení.
- Příklad: důchod, bohatství, vzdělání.

7. Použitá data a funkční tvar

- Chybná transformace dat (poměr, první diference).
- Nekorektní funkční podoba (lineární vs. log-lineární modely).

Obsah tématu

Nestrannost

- Rozptyl v důkazu nestrannosti OLS estimátoru nevystupuje $\rightarrow$ OLS odhad zůstává nestranným.
- Např. pro jednoduchý regresní model (při splnění klasických předpokladů):

$$
\begin{aligned}
Y_i &= \beta X_i + \epsilon_i, \\
\widehat{\beta} &= \frac{\sum X_i Y_i}{\sum X_i^2} = \beta + \frac{\sum X_i \epsilon_i}{\sum X_i^2}, \\
\widehat{\beta} &\sim N\left(\beta, \frac{\sigma^2}{\sum X_i^2}\right).
\end{aligned}
$$

Vydatnost

- OLS odhad není vydatný (OLS estimátor není BLUE).

$$var(\widehat{\beta}) = \frac{\sigma^2 \sum X_i^2 \omega_i^2}{\left(\sum X_i^2\right)^2}.$$

- Důkaz:

$$\begin{aligned} var\left(\widehat{\beta}\right) &= var\left(\beta + \frac{\sum X_i \epsilon_i}{\sum X_i^2}\right) = var\left(\frac{\sum X_i \epsilon_i}{\sum X_i^2}\right) \\ &= \frac{1}{\left(\sum X_i^2\right)^2} var\left(\sum X_i \epsilon_i\right) = \frac{1}{\left(\sum X_i^2\right)^2} \sum X_i^2 var(\epsilon_i) \\ &= \frac{\sigma^2}{\left(\sum X_i^2\right)^2} \sum X_i^2 \omega_i^2. \end{aligned}$$

- Odhad rozptylu vstupuje do konstrukce intervalů spolehlivosti a testování hypotéz $\Rightarrow$ nekorektnost výsledků s využitím OLS odhadu.

Obsah tématu

Transformace modelu

- Původní model (pro $i = 1, \ldots, N$):

$$Y_i = \beta X_i + \epsilon_i,$$

- Transformovaný model vydělením obou stran rovnice členy ω_i:

$$\frac{Y_i}{\omega_i} = \beta \frac{X_i}{\omega_i} + \frac{\epsilon_i}{\omega_i}.$$

- Tedy:

$$Y_i^* = \beta X_i^* + \epsilon_i^*,$$

Zobecněná metoda nejmenších čtverců

- Nový model splňuje klasické předpoklady.

$$var\left(\epsilon_i^*\right) = var\left(\frac{\epsilon_i}{\omega_i}\right) = \frac{1}{\omega_i^2} var\left(\epsilon_i\right)$$
$$= \frac{\sigma^2 \omega_i^2}{\omega_i^2} = \sigma^2.$$

- Použití OLS estimátoru na transformovaný model – GLS estimátor:

$$\widehat{\beta}_{GLS} = \frac{\sum X_i^* Y_i^*}{\sum X_i^{*2}}.$$

- S původními daty:

$$\widehat{\beta}_{GLS} = \frac{\sum \frac{X_i}{\omega_i} \frac{Y_i}{\omega_i}}{\sum \left(\frac{X_i}{\omega_i}\right)^2} = \frac{\sum \frac{X_i Y_i}{\omega_i^2}}{\sum \frac{X_i^2}{\omega_i^2}}.$$

Zobecněná metoda nejmenších čtverců – maticově

- Původní model: $Y = X\beta + \epsilon$, kde $\epsilon \sim N(0_N, \sigma^2\Omega)$.

$$\Omega^{-1} = P'P \qquad P = \begin{pmatrix} \frac{1}{\omega_1} & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \frac{1}{\omega_2} & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & \frac{1}{\omega_N} \end{pmatrix},$$

$$\begin{aligned} PY &= PX\beta + P\epsilon, \\ \widehat{\beta}_{GLS} &= ((PX)'PX)^{-1}(PX)'PY = (X'P'PX)^{-1}X'P'PY \\ &= (X'\Omega^{-1}X)^{-1}X'\Omega^{-1}Y, \\ var(P\epsilon) &= P'Pvar(\epsilon) = \Omega^{-1}\sigma^2\Omega = \sigma^2 I_N. \end{aligned}$$

- Pro případ heteroskedasticity: GLS estimátor = WLS estimátor (Weighted Least Squares).

Zobecněná metoda nejmenších čtverců – závěr

- Transformovaný model splňuje klasické předpoklady.
- OLS estimátor pro transformovaný model (GLS estimátor) dle Gaussova-Markovova teorému BLUE.
- GLS estimátor je nestranný s rozptylem

$$var(\widehat{\beta}_{GLS}) = \frac{\sigma^2}{\sum X_i^{*2}} = \frac{\sigma^2}{\sum \left(\frac{X_i^2}{\omega_i^2}\right)}.$$

- Rozptyl OLS estimátoru:

$$var(\widehat{\beta}) = \frac{\sigma^2 \sum X_i^2 \omega_i^2}{\left(X_i^2\right)^2}.$$

- Pro konstrukci intervalů spolehlivosti a testování hypotéz:

$$\widehat{\beta}_{GLS} \sim N\left(\beta, \frac{\sigma^2}{\sum X_i^{*2}}\right).$$

Obsah tématu

Úvod

- Heteroskedasticita v důsledku jedné nebo kombinace více vysvětlujících proměnných.

$$Y_i = \alpha + \beta_1 X_{1i} + \ldots + \beta_k X_{ki} + \epsilon_i$$

- Splněny klasické předpoklady, s výjimkou:

$$var(\epsilon_i) = \sigma^2 \omega_i^2 = \sigma^2 f(Z_i),$$

- Z je některá z vysvětlujících proměnných a $f(\cdot)$ je kladná funkce.
- Obvyklá volba:

$$f(Z_i) = Z_i^2 \quad \text{nebo} \quad f(Z_i) = \frac{1}{Z_i^2}.$$

- Další volba: $f(Z_i) = \exp(Z_i)$ nebo $f(Z_i) = \exp(-Z_i)$.

Zobecněná metoda nejmenších čtverců

- GLS:

$$\frac{Y_i}{\omega_i} = \alpha\left(\frac{1}{\omega_i}\right) + \beta_1\left(\frac{X_{1i}}{\omega_i}\right) + \ldots + \beta_k\left(\frac{X_{ki}}{\omega_i}\right) + \left(\frac{\epsilon_i}{\omega_i}\right).$$

- Předpoklad: $\omega_i^2 = f(Z_i) \rightarrow$ snadná transformace.
- Např. pro $f(Z_i) = Z_i^2$

$$\frac{Y_i}{Z_i} = \alpha\left(\frac{1}{Z_i}\right) + \beta_1\left(\frac{X_{1i}}{Z_i}\right) + \ldots + \beta_k\left(\frac{X_{ki}}{Z_i}\right) + \left(\frac{\epsilon_i}{Z_i}\right).$$

- Pokud $f(Z_i) = \frac{1}{Z_i^2}$:

$$Y_i Z_i = \alpha Z_i + \beta_1 X_{1i} Z_i + \ldots + \beta_k X_{ki} Z_i + \epsilon_i Z_i.$$

- Experimentování s funkční podobou a testování potenciálního řešení problému.
- Někdy řešení logaritmování proměnných.

Heteroskedasticitě konzistentní estimátor

- Pokud nedokážeme (nechceme) použít GLS.
- Správný vzorec pro rozptyl odhadu parametru: $var(\widehat{\beta}) = \dfrac{\sigma^2 \sum X_i^2 \omega_i^2}{\left(\sum X_i^2\right)^2}$.
- Využití OLS estimátoru a správný vztah $\times$ neznáme $\sigma^2\omega_i^2 \rightarrow$ odhad.
- Intuice: $var(\epsilon_i) = E\left(\epsilon_i^2\right) = \sigma^2\omega_i^2$. $\rightarrow$ OLS estimátor dává $\widehat{\epsilon}_i$ pro $i = 1, \dots, N$.
- $\widehat{\epsilon}_i^2 \neq \epsilon_i^2$ ani $E(\epsilon_i^2)$ ($\widehat{\epsilon}_i^2$ je dobrým estimátorem $E(\epsilon_i^2)$ a tedy $\sigma^2\omega_i^2$):

$$\widehat{var(\widehat{\beta})} = \frac{\sum X_i^2 \widehat{\epsilon}_i^2}{\left(\sum X_i^2\right)^2}.$$

- Příklad HCE (Whiteův estimátor).
- Různé HCE estimátory, obecně pro model vícenásobné regrese.
- OLS není vydatný $\times$ HCE odhady vedou k širším intervalům spolehlivosti (konzervativní odhad rozptylu odhadu parametrů).

Jiné estimátory

- Řada možností, obvykle využití OLS odhadů reziduí pro odhad rozptylů náhodných složek.
- Feasible GLS estimátor: pokud známe podobu heteroskedasticity $\rightarrow$ $var(\epsilon_i) = \sigma^2 \omega_i^2 = \sigma^2 f(Z_i)$.

$$\widehat{\beta}_{FGLS} = \frac{\sum \frac{X_i Y_i}{\widehat{\omega}_i^2}}{\sum \frac{X_i^2}{\widehat{\omega}_i^2}}.$$

- Při známé heteroskedasticitě i ML odhady.

FGLS – rozšíření

- OLS odhad regresního modelu $\rightarrow$ regrese čtverce OLS reziduí na (kladnou) funkci některých nebo všech vysvětlujících proměnných.
- Získané vyrovnané hodnoty = odhad jednotlivých rozptylů náhodných složek.
- Transformace modelu a aplikace OLS = FGLS.
- Obvykle:

$$var(\epsilon_i) = \sigma^2 \omega_i^2 = \exp(\alpha_0 + \alpha_1 Z_{1i} + \alpha_p Z_{pi}).$$

- Potom regrese

$$\ln\left(\widehat{\epsilon}_i^2\right) = \alpha_0 + \alpha_1 Z_{1i} + \alpha_p Z_{pi} + \nu_i,$$

  kde ν_i je náhodná složka s obvyklými vlastnostmi.
- Odhad OLS parametrů $\rightarrow$ odhady rozptylů

$$\widehat{var(\epsilon_i)} = \exp(\widehat{\alpha}_0 + \widehat{\alpha}_1 Z_{1i} + \widehat{\alpha}_p Z_{pi}).$$

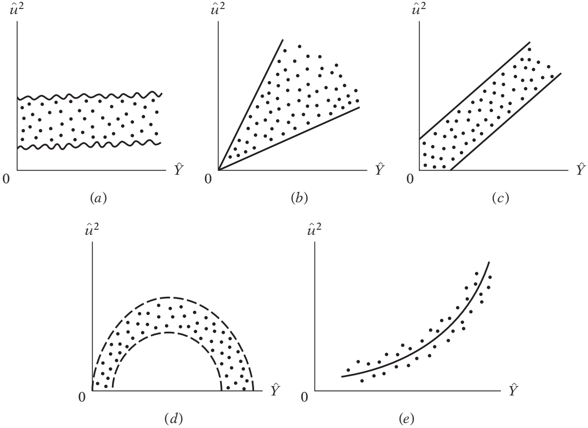
- Transformace původních proměnných modelu a aplikace OLS.

Obsah tématu

Grafické metody

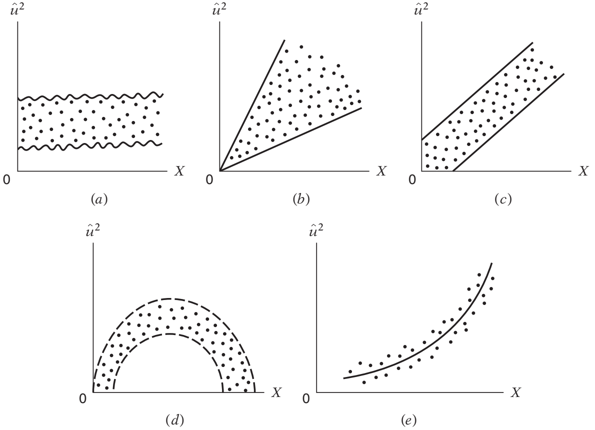
- Analýza čtverců reziduí (jako aproximace čtverců náhodných složek), jestli vykazují systematické chování.
- Vykreslení vzhledem k vyrovnaným hodnotám, $\widehat{Y}_i$.
- Vykreslení vzhledem k jedné z vysvětlujících proměnných, X_i.

Grafické metody – obrázek 1



Zdroj: Gujarati, Porter (2009) – Basic econometrics.

Grafické metody – obrázek 2



Zdroj: Gujarati, Porter (2009) – Basic econometrics.

Parkův test

- Formalizace grafické metody.
- Předpoklad, že σ_i^2 je funkcí X_i, konkrétně:

$$\sigma_i^2 = \sigma^2 X_i^{\beta} e^{\nu_i}$$

  nebo

$$\ln \sigma_i^2 = \ln \sigma^2 + \beta \ln X_i + \nu_i.$$

- Obecně σ_i^2 neznámý $\rightarrow$ použití proxy proměnné čtverec reziduí, $\widehat{\epsilon}_i^2$ a provedení regrese

$$\ln \widehat{\epsilon}_i^2 = \ln \sigma^2 + \beta \ln X_i + \nu_i = \alpha + \beta \ln X_i + \nu_i.$$

- Pokud je β statisticky významné, napovídá to přítomnosti heteroskedasticity.
- Kritika: Goldfeld a Quandt argumentují, že ν_i nemusí splňovat klasické předpoklady a mohou vykazovat heteroskedasticitu.
- Jako orientační metoda dostačující.

Goldfeldův-Quandtův test

- Pokud heteroskedasticita v závislosti na jedné z vysvětlujících proměnných.
  1. Seřadíme data podle velikosti Z (rostoucí nebo klesající, dle předpokladu o vlivu na rozptyl).
  2. Vynecháme prostřednich d pozorování (obvyklá volba $d = 0.2N$).
  3. Provedeme dvě oddělené regrese.
  4. Spočítáme součet čtverců reziduí (SSR) pro každou s obou regresí (získáme tak SSR_{LOW} a SSR_{HIGH}).
  5. Spočítáme Goldfeldovu-Quandtovu testovou statistiku

$$GQ = \frac{SSR_{HIGH}}{SSR_{LOW}}.$$

- Při platnosti nulové hypotézy o homoskedasticitě má GQ statistika Fisherovo-Snedecorovo rozdělení, $F_{0.5(N-d-2k-2),0.5(N-d-2k-2)}$.
- Naznačení volby případné transformace.

Breuschův-Paganův-(Godfreyho) test

- Pokud více proměnných způsobujících heteroskedasticitu.

$$var\epsilon_i = \sigma^2 f(\gamma_0 + \gamma_1 Z_{1i} + \ldots + \gamma_p Z_{pi}).$$

- Test $H_0 : \gamma_1 = \gamma_2 = \ldots = \gamma_p = 0$ (LM test).
  - OLS regrese původního modelu, získání reziduí, $\widehat{\epsilon}_i$, a spočítáme

$$\widehat{\sigma}^2 = \frac{\sum \widehat{\epsilon}_i^2}{N}.$$

  - Provedeme druhou regresi rovnice

$$\frac{\widehat{\epsilon}_i^2}{\widehat{\sigma}^2} = \gamma_0 + \gamma_1 Z_{1i} + \ldots + \gamma_p Z_{pi} + \nu_i.$$

  - Spočítáme Breuschovu-Paganovu statistiku s využitím regresního součtu RSS z této druhé regrese:

$$BP = \frac{RSS}{2}.$$

  - Testová statistika má chí-kvadrát rozdělení s p stupni volnosti, $\chi^2(p)$.

Whiteův test

- Podobný k Breusch-Paganovu testu, jen odlišná druhá regrese.
  - OLS regrese na původních datech a modelu a získání rezidua, $\widehat{\epsilon}_i$.
  - Provedeme druhou OLS regresi rovnice

$$\widehat{\epsilon}_i^2 = \gamma_0 + \gamma_1 Z_{1i} + \ldots + \gamma_p Z_{pi} + \nu_i$$

    a získáme koeficient determinace, R^2.
  - Spočítáme Whiteovu testovou statistiku

$$W = NR^2.$$

  - Testová statistika má chí-kvadrát rozdělení s p stupni volnosti, $\chi^2(p)$.
- Proměnné $Z_1, \ldots, Z_p$ libovolné, obvykle vysvětlující proměnné původní regrese.
- Obvykle všechny, $Z_1 = X_1, \ldots, Z_k = X_k$ + Whiteův test využívá obvykle jedinečné čtverce a vzájemné (křížové) součiny.
- Příklad: X_1 a X_2 $\rightarrow$ použití $Z_1 = X_1$, $Z_2 = X_2$, $Z_3 = X_1^2$, $Z_4 = X_2^2$ a $Z_5 = X_1 X_2$ (nutné ošetřit multikolinearitu).

Koenkerův-Bassetův test

- Založen na čtvercích reziduí, $\widehat{\epsilon}_i^2$.
- Regrese na čtverec vyrovnaných hodnot, $\widehat{Y}_i^2$.
- Model: $Y_i = \beta_1 + \beta_2 X_{2i} + \beta_3 X_{3i} + \ldots + \beta_k X_{ki} + \epsilon_i$.
- Odhad: $\widehat{\epsilon}_i^2 = \alpha_1 + \alpha_2 \widehat{Y}_i^2 + \nu_i$.
- Nulová hypotéza $\alpha_2 = 0$ na základě t-testu nebo F-test ($F_{1,k} = t_k^2$).
- Pokud logaritmický model, regrese na $(\log \widehat{Y}_i)^2$.
- Aplikovatelný i v případě nenormality náhodných složek v původní regresi.

Praktická doporučení

- V případě heteroskedasticity zkusit model transformovat pro odstranění tohoto problému.
- Někdy stačí logaritmování některých nebo všech proměnných v modelu.
- Někdy dostačuje násobení nebo dělení všech proměnných nějakou proměnnou Z.
- Vždy po transformací potřeba testovat heteroskedasticitu.
- Pokud nedokážeme nalézt transformaci, využijme HCE.
- Při existenci heteroskedasticity jsou testy hypotéz nekorektní $\Rightarrow$ před testováním hypotéz třeba problém vyřešit nebo použít HCE.