Základy ekonometrie

X. Regrese s časovými řadami

Obsah tématu

Obsah tématu

Úvod

- Práce s časovými řadami – vliv zpožděných vysvětlujících proměnných $\rightarrow$ *modely rozložených zpoždění (distributed lag models)*.
- Korelace závisle proměnné se svými zpožděnými hodnotami $\rightarrow$ *model autoregresních rozložených zpoždění (autoregressive distributed lag = ADL)*.

$$Y_t = \alpha + \delta t + \rho_1 Y_{t-1} + \ldots + \rho_p Y_{t-p} + \beta_0 X_t + \beta_1 X_{t-1} + \ldots + \beta_q X_{t-q} + \epsilon_t$$

- $ADL(p, q)$ (s jedinou vysvětlující proměnnou $\times$ v praxi lze zobecnit).
- Model rozložených zpoždění: $\rho_1 = \rho_2 = \cdots = \rho_p = 0$.

Analýza ADL modelu

- Odhad a interpretace v závislosti na stacionaritě X a Y.
- Předpokládáme stejné vlastnosti stacionarity pro X a Y (při více vysvětlujících proměnných lze uvolnit).
- Intuice: obtížné vysvětlit stochastický trend v řadě s jednotkovým kořenem pomocí stacionární proměnné.
- Před regresí s časovými řadami vhodné analyzovat vlastnosti jednotlivých proměnných.

Obsah tématu

Úvod

- Lze standardní OLS odhad.
- t-testy, F-statistiky.
- Volba optimálního p a q na základě informačních kritérií.
- Zahrnutí nebo nezahrnutí časového trendu.

Úvod

- Obvyklá práce s ΔY (analogicky k $AR(p)$).

$$\Delta Y_t = \alpha + \delta t + \phi Y_{t-1} + \gamma_1 \Delta Y_{t-1} + \ldots + \gamma_{p-1} \Delta Y_{t-p+1} \\ + \theta X_t + \omega_1 \Delta X_{t-1} + \ldots + \omega_{q-1} \Delta X_{t-q+1} + \epsilon_t$$

- Stejný $ADL(p,q)$ model! (v rámci odhadu obvykle odpadá problém s multikolinearitou)

Interpretace koeficientů

- Lze standardně jako vliv změny vysvětlující proměnné o jednotku za podmínky *ceteris paribus* (ostatní proměnné se nemění).
- Interpretace na základě konceptu *multiplikátorů*.
- *Dlouhodobý (celkový) multipikátor*.
- Motivace: X a Y v ustáleném stavu $\rightarrow$ změna X o jednotku $\rightarrow$ Y přechází do nového rovnovážného stavu $\rightarrow$ rozdíl oproti původnímu stavu $=$ dlouhodobý multiplikátor.

Dlouhodobý multiplikátor

- Vliv permanentní změny X.
- Pokud zájem o dočasnou změnu $X \rightarrow$ standardní „mezní vliv".
- Dlouhodobý multiplikátor v $ADL(p, q)$:

$$-\frac{\theta}{\phi}$$

- Význam stacionarity $\rightarrow \phi = 0$ a jednotkový kořen řady $\Rightarrow$ dlouhodobý multiplikátor nekonečno.

Obsah tématu

Obsah tématu

Motivace

- Příklad:

$$Y_t = \alpha + \beta X_t + \epsilon_t$$

- Pokud Y a X mají jednotkový kořen $\rightarrow$ OLS odhady mohou být zavádějící.
- Např. $\beta = 0 \Rightarrow \widehat{\beta}$ může být významně odlišné od nuly.
- Pokud $\beta = 0$ potom $R^2 = 0$ $\times$ ve skutečnosti R^2 velké.
- Problém zdánlivé regrese!
- V praxi: nepoužívat regresi Y na X pokud proměnné mají jednotkový kořen.
- Řešení: pracovat se stacionárními řadami (např. zahrnout trend, detrendovat, použít diference, tempa růstu).
- Výjimka: kointegrované řady.

Obsah tématu

Úvod

- Náhodné složky s předchozí regrese:

$$\epsilon_t = Y_t - \alpha - \beta X_t$$

- Lineární kombinace Y a X $\rightarrow$ pokud nestacionární, očekáváme nestacionaritu ϵ_t.
- Zdánlivá regrese v důsledku jednotkového kořene ϵ_t.
- Případ kointegrace: zdánlivá regrese odpadá v důsledku vyrušení se jednotkových kořenů Y a X.
- *Pokud Y a X mají jednotkový kořen, ale nějaká jejich lineární kombinace je stacionární, potom Y a X jsou kointegrované.*

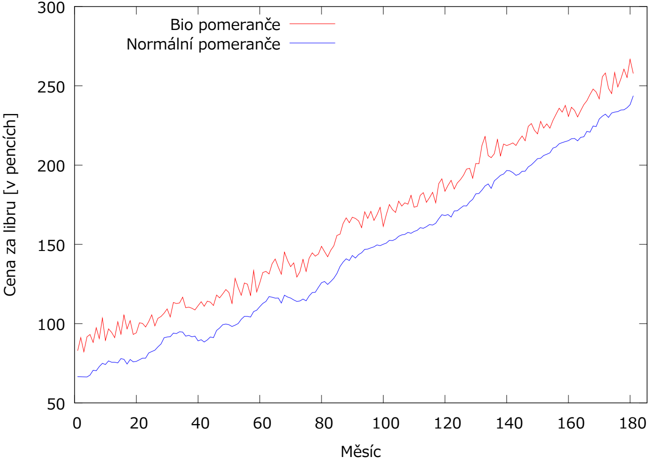
Interpretace

- Případ $\alpha = 0$ a $\beta = 1$.
  1. Kointegrované Y a X mají společný trend $\rightarrow$ náhodné složka nemá stochastický trend $\rightarrow$ Y a X nebudou od sebe divergovat.
  2. ϵ jako rovnovážná chyba $\rightarrow$ v případě kointegrace je malá $\times$ pokud X a Y nekointegrovány $\rightarrow$ rostoucí odchylky od „rovnováhy".
  3. Pokud Y a X kointegrovány $\rightarrow$ existuje mezi nimi rovnovážný vztah.
  4. Odchylky od rovnováhy nejsou velké a existuje tendence k návratu do rovnováhy $\rightarrow$ rovnovážný vztah mezi Y a X vede k pozorované kointegraci Y a X.
  5. Pokud Y a X kointegrovány $\rightarrow$ jejich trendy se vzájemně vyruší.
- Práce s kointegrovanými nestacionárními řadami přináší důležitou informaci o rovnovážném vztahu!

Příklady

- Kointegrace mezi cenami dvou statků.
- Krátkodobé a dlouhodobé úrokové sazby.
- Parita kupní síly.
- Hypotéza o permanentním důchodu.
- Teorie poptávky po penězích.

Ilustrace



Obrázek: Vývoj cen normálních a bio pomerančů.

Obsah tématu

Úvod

- Koeficient z regrese kointegrovaných veličin = dlouhodobý multiplikátor.
- V případě kointegrace existuje stacionarita náhodných složek.
- Test kointegrace důležitý (vzhledem ke zdánlivé regresi).
- Jen vizuální pohled na vývoj řad nedostačující.

Engleův-Grangerův test

- Založený na regresi Y na X
- Analýza stacionarity výsledných reziduí.
  1. Test jednotkového kořene Y a X.
  2. Regrese Y na úrovňovou konstantu a X a uchování reziduí.
  3. Test jednotkového kořene reziduí (bez deterministického trendu).
  4. Při zamítnutí hypotézy o jednotkovém kořenu závěr o kointegraci Y a X (jinak zamítnutí kointegračního vztahu).

Engleův-Grangerův test (poznámky)

- Pro test jednotkového kořene odlišné kritické hodnoty než Dickeyho-Fullerův test.
- Test kointegrace mezi dvěma veličinami $\times$ možnost více kointegračních vztahů; citlivý na specifikaci výchozí regrese Y na X (kointegrace mezi více veličinami – Johansenův test).
- Mnohdy v regresi reziduí není úrovňová konstanta (+volba optimálního řádu zpoždění):

$$\Delta\widehat{\epsilon}_t = \phi\widehat{\epsilon}_{t-1} + \gamma_1\Delta\widehat{\epsilon}_{t-1} + \ldots + \gamma_{p-1}\Delta\widehat{\epsilon}_{t-p+1} + u_t$$

Kointegrace více proměnných

- Možno provést vícenásobnou regresi × možno více kointegrovaných proměnných.
- Příklad: důchod (Y), spotřeba (C) a investice (I).
- Hypotéza $\frac{C}{Y}$ a $\frac{I}{Y}$ stabilní v dlouhém období.

$$\ln(C) - \ln(Y) \approx \text{konstanta}$$
$$\ln(I) - \ln(Y) \approx \text{konstanta}$$

- $\ln(C)$, $\ln(Y)$ a $\ln(I)$ obsahují obvykle jednotkový kořen → dvě lineární kombinace proměnných stacionární → dva kointegrační vztahy.
- E-G test → vícenásobná regrese → nalezení kointegračního vztahu × neřekne kolik!
- Řešení: Johansenův test nebo více E-G testů.

Kointegrace více proměnných (pokračování)

- Příklad: využití $\ln(C)$, $\ln(Y)$ a $\ln(I)$ $\rightarrow$ nalezení kointegrace.
- Provedení tří dalších E-G testů: $\ln(C)$ a $\ln(Y)$; $\ln(I)$ a $\ln(Y)$; $\ln(C)$ a $\ln(I)$.
- Indikace pokud více než jeden kointegrační vztah.
- Pokud máme K proměnných, existuje nejvýše $K-1$ kointegračních vztahů.

Kointegrace více proměnných (dokončení)

- Mnohdy předpoklad jaký kointegrační vztah by měl být.

$$\ln(C) = \alpha + \beta \ln(Y) + \epsilon$$

- Předpoklad $\beta = 1$ $\rightarrow$ netřeba odhadovat v regresi β $\rightarrow$ nastavení $\beta = 1$:

$$Z = \ln(C) - \ln(Y)$$

- Test jednotkového kořene Z $\rightarrow$ stacionarita $\Rightarrow$ kointegrační vztah.
- Nezapomenout před kointegračním testem provést testy jednotkového kořene pro všechny proměnné!

Obsah tématu

Úvod

- Kointegrační vztah = dlouhodobé rovnovážné chování.
- Krátkodobá dynamika: model korekce chyb (Error Correction Model – ECM).
- *Grangerův reprezentační teorém*: pokud Y a X kointegrovány, potom lze vztah mezi nimi vyjádřit v podobě ECM.

Model korekce chyb – příklad

- Jednoduchý model:

$$\Delta Y_t = \varphi + \lambda \epsilon_{t-1} + \omega_0 \Delta X_t + e_t$$

- ϵ_{t-1} je náhodná chyba z kointegrační regrese (tzn. $\epsilon_{t-1} = Y_{t-1} - \alpha - \beta X_{t-1}$); e_t náhodná chyba v ECM.
- Regrese zmen ve vysvětlované a vysvětlujících veličinách + ϵ_{t-1} = člen korekce chyb.
- $\lambda < 0$.

Model korekce chyb – interpretace

- ϵ jako rovnovážná chyba, pokud nenulová, potom model mimo rovnováhu.
- Příklad: $\Delta X_t = 0$ a $e_t = 0$.
- Pokud $\epsilon_{t-1} > 0 \rightarrow Y_{t-1}$ příliš vysoké, než odpovídá rovnováze $\rightarrow$ s $\lambda < 0$ je $\lambda\epsilon_{t-1} < 0 \rightarrow \Delta Y_t < 0$.
- Korekce chyby v dalších obdobích.
- Analogicky $\epsilon_{t-1} < 0$.
- $\lambda > 0$ je nekonzistentní s kointegračním vztahem.

Model korekce chyb – vlastnosti

- Dlouhodobé vlastnosti zahrnuty v ϵ_{t-1} (β je dlouhodobý multiplikátor a ϵ_t je chyba z kointegrační regrese).
- Krátkodobé vlastnosti skrze vliv rovnovážné chyby na ΔY_t a zahrnutí ΔX_t.
- Stacionarita všech členů v ECM $\rightarrow$ OLS odhady.
- Potřeba odhadu ϵ_{t-1}.

Odhad členu korekce chyb

- Sofistikovanější metody v ekonometrických programech.
- Snadno i použití $\widehat{\epsilon}_{t-1}$.
  1. Regrese Y na X a uložení reziduí.
  2. Regrese ΔY na úrovňovou konstantu, ΔX a zpožděná rezidua o jedno období z předchozího kroku.
- Nutné ověření kointegrační závislosti!
- Obecný ECM model (standardně optimální volba p a q):

$$\Delta Y_t = \varphi + \delta t + \lambda \epsilon_{t-1} + \gamma_1 \Delta Y_{t-1} + \ldots + \gamma_p \Delta Y_{t-p} \\ + \omega_0 \Delta X_t + \ldots + \omega_q \Delta X_{t-q} + e_t$$

Obsah tématu

Úvod

- Řady Y a X s jednotkovým kořenem ale nekointegrované.
- Problém zdánlivé regrese.
- Jiná specifikace modelu: např. diference apod.
- Odhad ADL modelu:

$$\Delta Y_t = \alpha + \delta t + \gamma_1 \Delta Y_{t-1} + \ldots + \gamma_{p-1} \Delta Y_{t-p+1} + \omega_0 \Delta X_t + \omega_1 \Delta X_{t-1} + \ldots + \omega_{q-1} \Delta X_{t-q+1} + \epsilon_t$$

- Stacionární proměnné a OLS.

Interpretace

- Odhad dlouhodobých vlivů změn diferencí proměnných.
- Např. Y = logaritmus mezd a X = logaritmus cen.
- Jednotkové kořeny $\times$ nekointegrovány $\rightarrow \Delta Y$ a ΔX.
- Mzdová a cenová inflace.

Obsah tématu

Úvod

- Grangerova kauzalita = další možnost analýzy časových řad.
- V úvodu předmětu varování: korelace a regrese nereflektují vždy kauzalitu.
- Regrese: vztah většinou z ekonomické teorie $\times$ v případě opomenutí důležité vysvětlující proměnné zavádějící výsledky týkající se kauzality.
- Někdy problém: kauzalita mzdová inflace $\rightarrow$ cenová inflace nebo cenová inflace $\rightarrow$ mzdová inflace (popř. oboustranná kauzalita).
- Časové řady: možnost silnějšího tvrzení o směru kauzality.
- Využití skutěčnosti, že průběh času je nevratný: Pokud se A stane před B, je možné, že A způsobuje B; není však možné aby B způsobovalo A.

Grangerova kauzalita

- Minulost může ovlivnit budoucnost, ale ne naopak $\rightarrow$ lze analyzovat skrze regresní model.
- Proměnná X kauzálně působí (v grangerovském smyslu) na Y pokud minulé hodnoty X dokáží pomoci vysvětlit Y.
- Není zaručeno, že X způsobuje Y $\Rightarrow$ Grangerova kauzalita ($\times$ možnost této kauzality).
- Jen pro časové řady – stacionární nebo kointegrované.

Obsah tématu

Úvod

- X a Y stacionární $\rightarrow$ ADL model:

$$Y_t = \alpha + \rho Y_{t-1} + \beta X_{t-1} + \epsilon_t$$

- Pokud $\beta = 0$ minulé hodnoty X nemají vliv na $Y \Rightarrow X$ grangerovsky kauzálně nepůsobí na Y.
- Standardní t-test pro $H_0 : \beta = 0$ (v podstatě testování nekauzality).

Obecný přístup

- $ADL(p, q)$ model:

$$Y_t = \alpha + \delta t + \rho_1 Y_{t-1} + \ldots + \rho_p Y_{t-p} + \beta_1 X_{t-1} + \ldots + \beta_q X_{t-q} + \epsilon_t$$

- Popř. alternativní podoba s diferencemi.
- Nezahrnuta současná hodnota X kvůli možnosti kauzality ve stejném čase (je možno rovněž dodat).
- X grangerovsky působí na Y pokud $\beta_1, \ldots, \beta_q$ statisticky významné.
- $H_0 : \beta_1 = 0, \ldots, \beta_q = 0$ (F-test).

Oboustranná kauzalita

- Provední opačné regrese X na své zpožděné hodnoty a zpožděné hodnoty Y.
- Možnost nalezení jen jednosměrné kauzality nebo i oboustranné kauzality.
- Např. úrokové sazby a směnný kurz $\rightarrow$ z ekonomické úvahy úrokové sazby (stanovené centrální bankou) ovliňují směnný kurz $\times$ opačný směr kauzality směnný kurz působí na stanovení úrokových sazeb.
- Příklad: mzdová a cenová inflace.
- Rozšíření i na více proměnných (gretl automaticky v rámci VAR modelu).

Obsah tématu

Princip

- Obvykle v rámci ECM:

$$\Delta Y_t = \varphi + \delta t + \lambda \epsilon_{t-1} + \gamma_1 \Delta Y_{t-1} + \ldots + \gamma_p \Delta Y_{t-p} \\ + \omega_1 \Delta X_{t-1} + \ldots + \omega_q \Delta X_{t-q} + e_t$$

- Vynechání $X_t \rightarrow$ minulé hodnoty v $\Delta X_{t-1}, \ldots, \Delta X_{t-p}$ a ϵ_{t-1}!
- $H_0 : \lambda = 0, \omega_1 = 0, \ldots, \omega_q = 0$ (F-test, test věrohodnostního poměru).
- Testování v opačném pořadí $\rightarrow$ Grangerův reprezentační teorém říká, že pro kointegrované X a Y musí existovat nějaká z forem kauzality (jednosměrná nebo obousměrná).

Empirická ilustrace

- Walter N. Thurman, Mark E. Fisher (1988) – Chickens, Eggs and Causality, or Which Came First?
- *American Journal of Agricultural Economics*, Vol. 70, No. 2. (May, 1988), pp. 237-238.
- Otázka: „Co bylo dříve, slepice nebo vejce?“
- Roční data 1930–1983 týkající se produkce vajec a populace slepic (pro Spojené státy).

Thurman, Fisher (1988) – tabulka 1

Part 1: Did the Chicken Come First?

The following equation was estimated by OLS:

$$Eggs_t = \mu = \sum_{i=1}^{L} \alpha_i \, Eggs_{t-i} = \sum_{i=1}^{L} \beta_i \, Chickens_{t-i} + \epsilon_t;$$

$H_0 : \beta_1 = \ldots \beta_L = 0$ (chickens do not Granger cause eggs).

L = no. of lags	F-statistic	P-value	R^2 of the regression
1	.04	.85	.96
2	1.71	.19	.97
3	1.10	.36	.97
4	.79	.54	.97

Obrázek: Test kauzality – první část.

Thurman, Fisher (1988) – tabulka 2

Part 2: Did the Egg Come First?

The following equation was estimated by OLS:

$$Chickens_t = \mu + \sum_{i=1}^{L} \alpha_i \, Chickens_{t-i} + \sum_{i=1}^{L} \beta_i \, Eggs_{t-i};$$

$H_0 : \beta_1 = \ldots = \beta_L = 0$ (eggs do not Granger cause chichens).

L = no. of lags	F-statistic	P-value	R^2 of the regression
1	1.23	.27	.73
2	10.36	.0002	.81
3	5.85	.0019	.81
4	4.71	.0032	.82

Data source: U.S. Department of Agriculture, 1983 and others.
Note: The data are annual, 1930–83.

Obrázek: Test kauzality – druhá část.

Thurman, Fisher (1988) – závěry

- Ověřeno na datech, že první bylo vejce.
- Další možnosti výzkumu v rámci ověření hypotéz:
    - „Kdo se směje naposled, ten se směje nejlépe."
    - „Pýcha předchází pád."