11. seminář:

Kvadratické programování

Příklad 1:

Navrhněte strukturu portfolia z dvou cenných papírů, jejichž výnosy jsou náhodné veličiny X_1, X_2, tak aby jeho očekávaný výnos byl alespoň R_{min} a aby riziko vyjádřené rozptylem celkového výnosu bylo minimální.

Sledováním časových řad cenového vývoje cenných papírů jsme odhadli očekávané výnosy $E(X_1) = 0,03$, $E(X_2) = 0,05$, rozptyly $D(X_1) = 3$, $D(X_2) = 4$ a kovarianci $C(X_1, X_2) = 2$.

Řešte úlohu pomocí MS Excelu pro různé úrovně R_{min} a znázorněte efektivní hranici

Příklad 2: Soukromý zemědělec se rozhoduje o výměře dvou druhů zeleniny. K dispozici má 10 arů půdy, na nichž by chtěl pěstovat květák a kedlubny. Pro květák však lze využít nejvýše 5 arů. Je zde však problém s náklady, jejichž výše závisí na výměře plochy osazené jednotlivými plodinami. Označíme - li x_1 plochu osazenou květákem a x_2 plochu osázenou kedlubnami, pak celkové náklady lze odhadnout jako $TC(x_1, x_2) = 100 + \frac{x_1^2}{4} - 3x_1 + x_2^2 - 4x_2$. Při jakém osevním plánu zemědělec minimalizuje náklady?

a) Navrhněte matematický model

b) Sestavte Lagrangeovu funkci a zapište KKT podmínky úlohy

c) Vyřešte Wolfeho metodou

Příklad 3: Phillipsova křivka vyjadřuje vztah mezi mírou nezaměstnanosti (u) a inflací (π).

Předpokládejme hyperbolický tvar Phillipsovy křivky, tj. teoretický vztah mezi u a π ve tvaru: $\pi = \beta_0 + \frac{\beta_1}{u}$.

a) Odvoďte obecný vztah pro určení koeficientů β_0, β_1 na základě naměřených hodnot $(u_1, \pi_1), \ldots, (u_n, \pi_n)$ metodou nejmenších čtverců.

b) Sestavte KKT podmínky úlohy pro obecnou úlohu s omezením $\beta_0,\ \beta_1 \geq 0$.

c) V letech 1960-1969 byly v USA naměřeny následující hodnoty:

year	1960	1961	1962	1963	1964	1965	1966	1967	1968	1969
$u[\%]$	6,6	6	5,5	5,5	5	4	3,8	3,8	3,4	3,5
$\pi[\%]$	1,4	0,7	1,4	1,7	1,2	2	3,2	3,4	4,8	6

Spočtěte pomocí počítače hodnoty koeficientů pro data z tabulky.