KARTEL A ASYMETRICKÉ INFORMACE – řešené příklady

Kartel

1. Dvě firmy uzavřely kartel. Firma A má nákladovou funkci $C_A(q_A) = 2q_A + q_A^2$. Firma B má nákladovou funkci $C_B(q_B) = 10q_B$. Poptávka je $P(Q) = 50 - Q$, kde tržní množství $Q = q_A + q_B$.
   (a) Jaké množství bude každá firma vyrábět?
   (b) Jaká je tržní cena a jaké jsou zisky firem, pokud nedochází k žádnému přerozdělení zisků?
   (c) Zakreslete situaci kartelu do grafu a v tomto grafu ukažte, v jakém vztahu jsou mezní příjmy a mezní náklady firem.

   Řešení

   (a) Cílem kartelu je maximalizace společného zisku. Kartel proto volí taková množství q_A^* a q_B^*, která maximalizují společný zisk.

   $$\max_{q_A, q_B} \Pi(q_A, q_B) = \Pi_A(q_A, q_B) + \Pi_B(q_A, q_B),$$

   kde zisk firmy A můžeme zapsat jako

   $$\Pi_A(q_A, q_B) = q_A(50 - q_A - q_B) - (2q_A + q_A^2)$$

   a zisk firmy B jako

   $$\Pi_B(q_A, q_B) = q_B(50 - q_A - q_B) - 10q_B.$$

   Dále můžeme postupovat dvěma způsoby.

   Řešení 1

   Tento příklad můžeme řešit jako maximalizaci funkce dvou proměnných. Maximum ziskové funkce najdeme, pokud položíme parciální derivace podle obou množství rovny nule. Tím získáme dvě rovnice o dvou neznámých

   $$\frac{\partial \Pi}{\partial q_A} = 24 - 2q_A^* - q_B^* = 0$$

   $$\frac{\partial \Pi}{\partial q_A} = 20 - q_A^* - q_B^* = 0.$$

   Řešením těchto rovnic získáme optimální množství $q_A^* = 4$ a $q_B^* = 16$.

   Řešení 2

   Optimální produkci kartelu můžeme najít také pomocí podmínek optima (podmínek prvního řádu). Podmínky prvního řádu, říkají, že se mezní příjmy kartelu musí být rovny mezním nákladům obou firem. Příjmy kartelu jsou dány jako celkové množství $Q = q_A + q_B$ vynásobené tržní cenou, tedy

   $$TR(Q) = Q(50 - Q).$$

   Mezní příjmy spočítáme jako derivaci celkových příjmů podle Q

   $$MR(Q) = 50 - 2Q.$$

   Mezní náklady firem získáme jako derivaci nákladové funkce

   $$MC_A(q_A) = 2 + 2q_A$$

   $$MC_B(q_B) = 10.$$

   Při optimálních množstvích produkce q_A^* a q_B^* platí, že

   $$MR(q_A^* + q_B^*) = MC_A(q_A^*)$$

   $$MR(q_A^* + q_B^*) = MC_B(q_B^*).$$

   Dosazením do této podmínky optima dostaneme rovnice

   $$50 - 2(q_A^* + q_B^*) = 2 + 2q_A^*$$

   $$50 - 2(q_A^* + q_B^*) = 10.$$

   Řešením těchto rovnic získáme optimální množství $q_A^* = 4$ a $q_B^* = 16$.

   (b) Tržní cenu získáme dosazením vyráběných množství do inverzní poptávkové funkce

   $$P(Q) = 50 - q_A^* - q_B^* = 50 - 4 - 16 = 30.$$

   Jelikož nedochází k žádnému přerozdělení zisků, můžeme vypočítat zisky firem dosazením vyráběných množství do ziskových funkcí

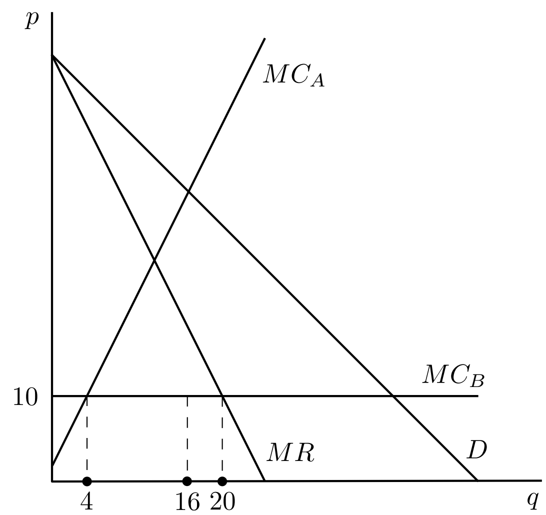
   $$\Pi_A(q_A^*, q_B^*) = q_A^*(50 - q_A^* - q_B^*) - (2q_A^* + {q_A^*}^2) = 102$$

   $$\Pi_B(q_A^*, q_B^*) = q_B^*(50 - q_A^* - q_B^*) - 10q_B^* = 320.$$

   (c) Pro optimální množství $q_A^* = 4$ a $q_B^* = 16$ platí, že se mezní příjmy rovnají mezním nákladům obou firem:

   $$MR(q_A^* + q_B^*) = MC_A(q_A^*) = MC_B(q_B^*)$$

   $$MR(20) = MC_A(4) = MC_B(16) = 10.$$



Asymetrické informace

2. Rizikově neutrální spotřebitel si kupuje nové auto. Na trhu jsou auta dvou typů dobrá a špatná. Spotřebitel je ochoten zaplatit 8000 za dobré auto a 4000 za špatné auto. Výroba dobrého auta obnáší náklady ve výši $C_h = 3000$. Výroba špatného auta obnáší náklady ve výši $C_l = 2000$.
   (a) Kolik bude spotřebitel ochoten zaplatit za auto, pokud není schopen dopředu zjistit typ auta, ale ví, že oba typy jsou na trhu zastoupeny stejně?
   (b) Výrobci aut mohou podstoupit náročné testy, které dosvědčují kvalitu auta. Aby uspěli v testu, musí výrobce dobrých aut vynaložit dodatečné náklady $W_h = 1000$ a výrobce špatných musí vynaložit dodatečné náklady $W_l = 5000$. Jak vypadá rovnováha této hry? Je to separační nebo společná rovnováha?

   Řešení

   (a) Spotřebitel je vystaven loterii, kdy koupí s pravděpodobností 0,5 dobré auto a s pravděpodobností 0,5 špatné auto. Protože je spotřebitel rizikově neutrální, ocenění této loterie (koupě neznámého auta) je dáno očekávanou peněžní hodnotou. Spotřebitel je tedy za neznámé auto ochoten zaplatit

$$P = \frac{1}{2}8000 + \frac{1}{2}4000 = 6000.$$

   (b) Ověříme, zda má hra separační rovnováhu. V separační rovnováze spotřebitelé očekávají, že dobrá auta mají certifikaci a špatná nemají. Při těchto očekávání bude tržní cena aut s certifikací $P_h = 8000$ a tržní cena aut bez certifikace $P_l = 4000$.

   V rovnováze musí být očekávání spotřebitelů v souladu s chováním výrobců. Musíme proto ověřit, že pro výrobce dobrých aut je výhodné, certifikaci získat a pro výrobce špatných není výhodné certifikaci získat. Pokud výrobce dobrých aut získá certifikaci, pak je jeho zisk z každého prodaného auta

$$\Pi_h = P_h - C_h - W_h = 4000.$$

   Pokud si výrobce dobrých aut nenechá auta certifikovat, pak je jeho zisk z každého prodaného auta

$$\Pi'_h = P_l - C_h = 1000.$$

   Protože $\Pi_h > \Pi'_h$, nechá si výrobce dobrých aut auta certifikovat. Pokud si výrobce špatných aut nenechá auta certifikovat, pak je jeho zisk z každého prodaného auta

$$\Pi_l = P_l - C_l = 2000$$

   Pokud si výrobce špatných aut naopak nechá auta certifikovat, pak je jeho zisk z každého prodaného auta

$$\Pi'_l = P_h - C_l - W_l = 1000$$

   Výrobci špatných se tedy nevyplatí nechat si auta certifikovat, protože $\Pi_l > \Pi'_l$. Hrá má separační rovnováhu.