

BAYESIÁNSKÁ ANALÝZA – CVIČENÍ 1

Toto cvičení je založeno přílohách A a B z učebnice Koop (2003): *Bayesian econometrics*, případně na odpovídajících přílohách podkladového učebního textu *Bayesiánská analýza*.

Co bude náplní cvičení?

- ✎ Připomenutí základů maticové algebry.
- ✎ Připomenutí základů matematické statistiky.
- ✎ Seznámení se s Matlabem:
 - spuštění a nastavení cest k dodatečným toolboxům, příkazové okno skripty a funkce;
 - základní operace s maticemi;
 - cykly;
 - generování náhodných čísel.
- ✎ Princip Monte Carlo integrace a numerická standardní chyba (NSE).

Zadání příkladů

1. (*Monte Carlo simulace*) Proved'te Monte Carlo simulaci pro zjištění podílu šancí v příkladu prezentovaného v článku Eddy, Sean R. (2004) – *What is Bayesian statistics?*, který je dostupný i ve Studijních materiálech ISu (a diskutován na první přednášce).
2. (*NSE Monte Carlo odhad*) Monte Carlo integraci lze využít k odhadu $E[\theta|y]$ jako $\hat{\theta} = \sum_{s=1}^S \theta^{(s)} / S$. Pro konečné S nám tento postup nabízí odhad posteriorní střední hodnoty parametru θ . Využijte centrální limitní větu k odvození standardní chyby (známé jako numerical standard error, NSE) spojené s odhadem, která může být využita pro zhodnocení přesnosti odhadu pro zvolené S .
3. (*Monte Carlo integrace*) Předpokládejme, že posteriorní hustota pro parametr θ je z normálního standardizovaného rozdělení $N(0, 1)$:
 - (a) Vytvořte program, který provede Monte Carlo integraci k odhadu posteriorní střední hodnoty a posteriorního rozptylu parametru θ .
 - (b) Kolik replikací je třeba, aby bylo zajištěno, že Monte Carlo odhady střední hodnoty a rozptylu budou rovny svým skutečným hodnotám s přesností na tři desetinná místa?
 - (c) Ke svému programu doplňte část, která umožní počítat numerickou standardní chybu. Zkuste počítat posteriorní střední hodnotu, rozptyl a NSE pro různě velké velikosti vzorku (10, 100, 1000, 10000, . . .). Je NSE dobrým indikátorem přesnosti aproximace odhadů pomocí Monte Carlo integrace?

4. (*Další standardní rozdělení*) V rámci posteriorních simulací bude třeba vytvářet náhodné vzorky i z jiných rozdělení než je standardizované normální. Vytvořte náhodné výběry o velikosti 10, 100 a 100000 (popř. i jiné velikosti např. 1000) pro níže uvedená rozdělení (značení je dle přílohy B z Koop (2003)). Spočítejte výběrový průměr a směrodatnou odchylku a porovnejte je se skutečnými hodnotami. Nezapomeňte si ověřit, jak je dané rozdělení definováno v MATLABU.

- (a) Normální rozdělení $N(1, 4)$
- (b) Uniformní rozdělení $U(2, 5)$
- (c) Gamma rozdělení $G(2, 10)$
- (d) Exponenciálního rozdělení se střední hodnotou 5
- (e) Chí-kvadrát rozdělení $\chi^2(5)$
- (f) Studentovo t -rozdělení $t(0, 1, 10)$ popř. $t(10)$
- (g) Beta rozdělení $B(3, 2)$