

BAYESIÁNSKÁ ANALÝZA – CVIČENÍ 2

Toto cvičení je založeno na znalosti prvních dvou kapitol z učebnice Koop (2003): *Bayesian econometrics*, případně na odpovídajících kapitolách podkladového učebního textu *Bayesiánská analýza*.

Co bude náplní cvičení?

- ✎ Tvorba umělého souboru dat a jeho využití při zkoumání vlastností odhadových metod a postupů.
- ✎ Odhad a posteriorní analýza normálního lineárního regresního modelu s přirozeně konjugovanou apriorní hustotou (jedna vysvětlující proměnná).
- ✎ Citlivostní analýza volby apriorní hustoty pravděpodobnosti.
- ✎ Odhad a posteriorní analýza na příkladech s využitím reálných dat.

Zadání příkladů

K řešení příkladů využijte již hotové funkce, případně si vytvořte své vlastní. Poslední příklady jsou z knížky Hill, Griffiths, Lim (2008): *Principles of Econometrics*. Hovoří-li se zde o testování hypotéz, má se za to, že tento test provedeme za pomoci porovnávání modelů.

1. (*Tvorba umělých datových souborů*) Vytvořit si vlastní datový soubor je užitečné pro pochopení vlastností modelu a pro analýzu kvality počítačových algoritmů. Pokud si totiž zvolíme hodnoty parametrů, víme jaké hodnoty by nám měly přibližně vycházet, použijeme-li tu či onu ekonometrickou metodu.
 - (a) Vygenerujte umělý datový soubor v rámci normálního lineárního regresního modelu:
 - Zvolte si hodnoty β , h a N (např. $\beta = 2$, $h = 1$ a $N = 100$).
 - Vygenerujte N hodnot pro vysvětlující proměnnou z rozdělení dle vašeho výběru (např. proved'te $N = 100$ náhodných výběrů z uniformního rozdělení $U(0, 1)$).
 - Vygenerujte N chybových členů pomocí N i.i.d. výběrů z rozdělení $N(0, h^{-1})$.
 - Vytvořte vektor vysvětlované proměnné y v rámci NLRM (tj. $y_i = \beta x_i + \epsilon_i$ pro $i = 1, \dots, N$).
 - (b) Vytvořte bodový graf (graf XY) každého datového souboru pro zobrazení toho, jak se váš výběr β , h a N promítne do generovaných dat.
2. (*Bayesiánská analýza v NLRM – citlivostní analýza prioru*)
 - (a) Vytvořte umělý datový soubor pro $\beta = 2$, $h = 1$ a $N = 100$ použitím uniformního rozdělení pro generování vysvětlující proměnné.
 - (b) Předpokládejme apriorní hustotu v podobě $\beta, h \sim NG(\underline{\beta}, \underline{V}, \underline{s}^{-2}, \underline{\nu})$, kde $\underline{\beta} = 2$, $\underline{V} = 1$, $\underline{s}^{-2} = 1$, $\underline{\nu} = 10$, a spočítejte posteriorní střední hodnoty a směrodatné odchylky pro β a h . Spočítejte Bayesův faktor porovnávající model, kde $\beta = 0$, s modelem, kde $\beta \neq 0$. Spočítejte střední hodnotu a směrodatnou odchylku prediktivní posteriorní hustoty pro $x^* = 0.5$.
 - (c) Jak se změní odpovědi na otázku (2b) pokud $\underline{V} = 0.01$? Jak v případě $\underline{V} = 0.1$, $\underline{V} = 10$, $\underline{V} = 100$ a $\underline{V} = 1000000$?
 - (d) Jak se změní odpovědi na otázku (2b) pokud $\underline{\nu} = 5$? Jak v případě $\underline{\nu} = 100$, $\underline{\nu} = 1000$ a $\underline{\nu} = 1000000$?
 - (e) Nastavte apriorní střední hodnotu β na hodnotu odlišnou od své skutečné hodnoty (např. $\underline{\beta} = 0$) a zopakujte část (2c).
 - (f) Nastavte apriorní střední hodnotu h na hodnotu odlišnou od své skutečné hodnoty (např. $\underline{s}^{-2} = 100$) a zopakujte část (2d).

- (g) S ohledem na výsledky dosažené v částech (2b)–(2f) diskutujte citlivost posteriorní střední hodnoty, směrodatné odchylky a Bayesova faktoru na volbu apriorní hustoty.
- (h) Zopakujte části (2a)–(2g) za použití více informativní datové sady (např. $N = 1000$) a méně informativní sady (např. $N = 10$).
- (i) Zopakujte části (2a)–(2h) za použití jiných hodnot β a h pro generování umělého souboru dat.

3. (Hill et al. (2008): př. 2.10, 3.7) Model ocenění kapitálových aktiv (capital asset pricing model – CAPM) je důležitý model v oblasti financí (spadající do obecné skupiny tzv. stochastických diskontních faktorových modelů). Vysvětluje nám variabilitu v mírách výnosnosti cenných papírů jako funkci míry výnosnosti portfolia skládajícího se ze všech veřejně obchodovatelných akcií, což nazýváme *tržním portfoliem*. Obecně je míra výnosnosti investice měřena relativně ke svým nákladům obětované příležitosti, které jsou často chápány jako výnosnost bezrizikového aktiva. Výsledný rozdíl je riziková premie (*risk premium*), neboť se jedná o odměnu za rizikovou investici. CAPM říká, že riziková premie cenného papíru j je *proporcionální* rizikové premii tržního portfolia. To znamená

$$r_j - r_f = \beta_j(r_m - r_f),$$

kde r_j a r_f jsou postupně výnosy z j -tého cenného papíru a bezriziková úroková míra, r_m , je výnos tržního portfolia a β_j je tzv. „beta“ hodnota j -tého cenného papíru. Tato *beta* je důležitým indikátorem pro investory, neboť se v ní objevuje volatilita dané akcie. Měří se jí citlivost výnosů j -tého cenného papíru vzhledem k variabilitě celého akciového trhu. Pro hodnoty *beta* menší než 1 se jedná o „defenzivní“ tituly, protože jejich variabilita je menší než variabilita celého trhu. Hodnoty *beta* větší než 1 hovoří o „agresivní akcii“. Investor při konstrukci svého portfolia obvykle chce znát *betu* dané akcie, a to před tím, než se rozhodne k jejímu nákupu. CAPM uvedený výše je tedy „ekonomickým modelem“. „Ekonometrický“ model získáme doplněním náhodné složky (je možné doplnit i úrovnovou konstantu, i když teorie říká, že by měla být její hodnota nulová, což by šlo následně otestovat):

$$r_j - r_f = \beta_j(r_m - r_f) + \epsilon_j.$$

- (a) Datový soubor `capm2_data.csv` obsahuje data o měsíční výnosnosti akcií šesti firem (Microsoft, GE, GM, IBM, Disney a Mobil-Exxon), výnosnosti tržního portfolia (*MKT*) a bezrizikového aktiva (*RKFREE*). Dostupných 120 pozorování pokrývá období od ledna 1995 do prosince 2004. Pokuste se v Matlabu datový soubor importovat (využijte funkci `xlsread`), uložte si vhodně vytvořené proměnné do Matlabovského datového souboru (se kterým dále budete pracovat) a vykreslete si dostupné časové řady s vlastními popisky os odpovídající jednotlivým měsícům.
 - (b) Odhadněte CAPM model pro všechny nebo některou z firem a komentujte výsledky odhadů jejich hodnot *beta* z hlediska „agresivity“? Apriorní hustotu volte dle svého uvážení.
 - (c) Vykreslete si apriorní a posteriorní hustoty odhadu parametru.
 - (d) Testujte s využitím Bayesova faktoru hypotézu (pro každý nebo vybraný akciový titul), že hodnota *beta* je rovna jedné oproti alternativní hypotéze, že je různá od jedné. Pokuste se rovněž vyhodnotit pravděpodobnost toho, že pro daný akciový titul se jedná o defenzivní či agresivní aktivum v rámci hypotetického portfolia.
 - (e) Odhadněte si pro vybraný titul model jen na datech do konce roku 2004 (vynechejte tedy posledních 12 pozorování) a predikujte na základě tohoto odhadu očekávané převisy výnosů daného titulu pro skutečné hodnoty převisu výnosů tržního portfolia pro rok 2004. Výsledky vhodně graficky znázorněte.
4. *Empirická ilustrace z druhé kapitoly Koop (2003)*. Projděte si řešení příkladu a diskutujte nejasnosti.