

## Analýza blahobytu při povinném snížení pracovní doby

### 1 Úvod

#### Motivace a výzkumná otázka

Právě jste nastoupili na Ministerstvo financí a pracujete v oddělení makroekonomického modelování. Jednoho dne skupina aktivistů navrhne vládě zavést regulaci pracovní doby, konkrétně snížení pracovní doby z 36 hodin týdně na 30 hodin týdně. Tento návrh se setká s velkým nadšením ze stran laické i odborné veřejnosti a vyvolá velkou debatu v televizi, rozhlase i tisku.

Jelikož ministr bude muset čelit otázkám Václava Moravce (a také Parlamentu), žádá vás o zodpovězení následující otázky.

„Jaké dopady na blahobyt bude mít zavedení povinného snížení pracovní doby z 36 na 30 hodin týdně?“

Konkrétně chce vědět, jaké budou krátkodobé i dlouhodobé dopady takovéto reformy. Rovněž chce, aby vaše analýza byla podpořena solidní ekonomickou teorií a byla konsistentní s daty (z národních účtů). Zavedení reformy by mohlo mít vliv např. na průměrnou (hodinovou) produktivitu práce, počet dnů nemocenské atd. Jelikož nejsou tyto aspekty ještě plně prozkoumány, můžete je zatím nechat stranou pro pozdější výzkum. Jako výchozí fakt berte, že (před reformou) pracuje průměrný jedinec právě 36 hodin týdně.

### 2 Modelová ekonomika

Ke zodpovězení otázky využijte model, kde spotřebitelé odvozují svůj užitek ze spotřeby statků a volného času a rozhodují se v čase o úsporách a nabídce práce. V modelu se ceny přizpůsobují tak, aby vyčistily trhy statků, kapitálu a práce. Tímto modelem není nic jiného než (detrendovaný) neoklasický růstový model.

Jednotlivci maximalizují součet diskontovaného užítku odvozeného ze spotřeby a volného času

$$\max_{c_t, \ell_t, i_t} \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t u(c_t, \ell_t).$$

Konkrétní podoba užitkové funkce je

$$u(c_t, \ell_t) = \ln c_t + \psi \ln \ell_t.$$

Předpokládejte, že ekonomika je uzavřená a že spotřeba zahrnuje jak soukromou tak vládní spotřebu, podobně investice. Výdajový přístup k měření výstupu v této ekonomice nám pak dává omezení

$$y_t = c_t + i_t.$$

Trhy jsou dokonale konkurenční a firmy nemají žádný zisk. Výstup ve formě důchodu je vyplácen výrobním faktorům kapitálu a práci. Důchodový přístup k měření výstupu je pak vyjádřen jako

$$y_t = R_t k_t + w_t h_t.$$

Výstup je produkován výrobními faktory kapitál a práce a Cobb-Douglasovou produkční funkcí. Produkční přístup k měření výstupu nám tedy dává

$$y_t = f(k_t, h_t) = k_t^\alpha h_t^{1-\alpha} \quad \alpha \in (0, 1).$$

Rovnice pro vývoj kapitálu je

$$k_{t+1} = (1 - \delta)k_t + i_t \quad \delta \in (0, 1).$$

Celkový čas jednotlivce můžeme rozdělit na trávení volného času a čas, který je nabízen na trhu práce. Celkový čas můžeme normalizovat na 1.

$$h_t + \ell_t = 1$$

Spotřeba, kapitálová zásoba, odpracované hodiny a volný čas jsou všechny striktně pozitivní proměnné

$$c_t, k_t, h_t, \ell_t \geq 0.$$

Jelikož platí první teorém blahobytu, můžeme tento problém vyřešit jako problém sociálního plánovače. (Řešení problému sociálního plánovače je stejné jako decentralizované řešení a jeho vyřešení je jednodušší, protože se zbavíme cen a rozpočtového omezení jednotlivců.)

Můžeme tento problém reformulovat rekurzivně na problém dynamického programování. Bellmanova rovnice má tedy tvar:

$$v(k_t) = \max_{k_{t+1}, h_t} \{u(c_t, \ell_t) + \beta v(k_{t+1})\}$$

Pro tento problém máme dvě řídicí proměnné  $k_{t+1}$  a  $h_t$  a jednu (endogenní) stavovou proměnnou  $k_t$ .

**Úkol 1** *Odvoďte podmínky prvního řádu (FOC) pro výše uvedenou Bellmanovu rovnici. Použijte envelope theorem (derivative Bellmanovy rovnice podle endogenní stavové proměnné) a odvoďte intertemporální (mezičasovou) podmínku optimality*

$$\frac{u_1(c_t, \ell_t)}{u_1(c_{t+1}, \ell_{t+1})} = \beta(1 + f_1(k_{t+1}, h_{t+1}) - \delta)$$

$$\frac{c_{t+1}}{c_t} = \beta(1 + \alpha k_{t+1}^{\alpha-1} h_{t+1}^{1-\alpha} - \delta)$$

*a intratemporální podmínku optimality*

$$\frac{u_2(c_t, \ell_t)}{u_1(c_t, \ell_t)} = f_2(k_t, h_t)$$

$$\frac{\psi c_t}{1 - h_t} = (1 - \alpha)k_t^\alpha h_t^{-\alpha}.$$

Pozn.: Můžete řešit s konkrétní užitkovou a produkční funkcí nebo obecně a pak dosadit.

### 3 Kalibrace

Abychom mohli zodpovědět otázku, co se stane po reformě, musíme nakalibrovat strukturální parametry modelu.<sup>1</sup> Chceme, aby model zachycoval dlouhodobé charakteristiky v datech v tolika

<sup>1</sup>Strukturální (policy-invariant) parametry jsou nezávislé na hospodářské politice. Jinými slovy, předpokládáme, že se po reformě nezmění.

dimenzích, kolik máme strukturálních parametrů. V reálných ekonomikách pozorujeme, že určité poměry veličin jsou více méně konstantní.

**Úkol 2** Ukažte, že ve *steady state* mohou být poměry následujících endogenních proměnných vyjádřeny jako funkce strukturálních parametrů (tj. parametrů preferencí a technologií)

- poměr investic ke kapitálu

$$\frac{i}{k} = \delta$$

- ceny výrobních faktorů

$$R = \alpha k^{\alpha-1} h^{1-\alpha}$$

$$w = (1 - \alpha) k^{\alpha} h^{-\alpha}$$

- podíly odměn kapitálu a práci na národním důchodu

$$\frac{Rk}{y} = \alpha$$

$$\frac{wh}{y} = (1 - \alpha)$$

- podíl kapitálu a práce

$$\frac{k}{h} = \left( \frac{\frac{1}{\beta} - (1 - \delta)}{\alpha} \right)^{\frac{1}{\alpha-1}}$$

- podíl kapitálu a výstupu

$$\frac{k}{y} = \frac{\alpha}{\frac{1}{\beta} - (1 - \delta)}$$

- podíl investic a výstupu

$$\frac{i}{y} = \frac{i}{k} \frac{k}{y} = \frac{\alpha \delta}{\frac{1}{\beta} - (1 - \delta)}$$

- podíl spotřeby a výstupu

$$\frac{c}{y} = 1 - \frac{i}{k} \frac{k}{y} = 1 - \frac{\alpha \delta}{\frac{1}{\beta} - (1 - \delta)}$$

Dále je třeba nakalibrovat následující strukturální parametry podle ročních národních účtů Norské ekonomiky<sup>2</sup>

- diskontní faktor  $\beta$
- váha volného času v užitkové funkci  $\psi$
- podíl kapitálu na národním důchodu  $\alpha$
- míra depreciace  $\delta$

**Úkol 3** Stáhněte si data o národních účtech z norského statistického úřadu pro roky 1970 -2013 pro výpočet následujících průměrných podílů (v apendixu najdete podrobnější návod)<sup>3</sup> >> EXCEL

- podíl odměn výrobnímu faktoru práce na národním důchodu

<sup>2</sup>Pro českou ekonomiku nejsou dostatečně dlouhá data, norská ekonomika byla zvolena pro blízkou podobnost ekonomice české :)

<sup>3</sup>Počítejte průměr podílu, nikoliv podíl průměrů.

- podíl investic ke kapitálu
- podíl kapitálu k výstupu

Dále předpokládejte, že průměrný jednotlivec má k dispozici  $15 \times 7$  hodin týdně (bez času na spánek, osobní hygienu atd.). Jeho průměrný čas věnovaný práci (před reformou) tedy bude

$$h = \frac{36}{105} \approx 0.343$$

**Úkol 4** Nakalibrujte parametry  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\delta$  a  $\psi$  na základě steady statových poměrů a vypočítaných podílů z dat národních účtu a údaji o podílu času tráveného v práci. >> EXCEL

## 4 Blahobyt před reformou

S využitím steady statových poměrů a nakalibrovaných parametrů teď můžeme vypočítat hodnoty modelových proměnných před navrhovanou reformou.

**Úkol 5** Vypočítejte steady statové hodnoty těchto proměnných >> MATLAB

- kapitálová zásoba  $k$
- výstup  $y$
- spotřeba  $c$
- investice  $i$
- pracovní důchod  $wh$
- blahobyt  $u(c, \ell)$

## 5 Hospodářko-politická reforma

V modelové ekonomice představuje povinné snížení pracovní doby následující omezení

$$h \leq \bar{h} = \frac{30}{105} = \frac{2}{7}$$

Optimalizační problém sociálního plánovače je tedy skoro stejný jako předtím

$$\max_{c_t, \ell_t, i_t} \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t u(c_t, \ell_t)$$

vzhledem k

$$\begin{aligned} y_t &= c_t + i_t \\ k_{t+1} &= (1 - \delta)k_t + i_t \\ h_t + \ell_t &= 1 \\ h &\leq \bar{h} = \frac{2}{7} \\ c_t, k_t, h_t, \ell_t &\geq 0, \quad k_0 \text{ dáno} \end{aligned}$$

Konkrétní podoby užitkové a produkční funkce jsou opět

$$\begin{aligned} u(c_t, \ell_t) &= \ln c_t + \psi \ln \ell_t \\ y_t = f(k_t, h_t) &= k_t^\alpha h_t^{1-\alpha} \end{aligned}$$

## 5.1 Analýza blahobytu v dlouhém období

**Úkol 6** Vyřešte optimalizační problém sociálního plánovače, tentokrát pomocí Lagrangianu. Najděte podmínky prvního řádu a rovnice optimality (inter a intratemporální podmínku).

Označme nové steady statové proměnné písmenem s vlnovkou  $\tilde{\cdot}$ . Vypočítejte steady statové hodnoty těchto proměnných (po reformě)  $\gg$  jen MATLAB

$$\begin{aligned}\tilde{k} &= \left( \frac{\frac{1}{\beta} - (1 - \delta)}{\alpha} \right)^{\frac{1}{\alpha-1}} \bar{h} \\ \tilde{y} &= \frac{\frac{1}{\beta} - (1 - \delta)}{\alpha} \tilde{k} \\ \tilde{R} &= \alpha \tilde{k}^{\alpha-1} \bar{h}^{1-\alpha} \\ \tilde{w} &= (1 - \alpha) \tilde{k}^{\alpha} \bar{h}^{-\alpha} \\ \tilde{i} &= \frac{\alpha \delta}{\frac{1}{\beta} - (1 - \delta)} \tilde{y} \\ \tilde{c} &= \tilde{y} - \tilde{i} \\ \tilde{\ell} &= 1 - \bar{h}\end{aligned}$$

Stručně okomentujte výsledné hodnoty.

Jako ekonomu vás nezajímá nejenom změna v reálných veličinách, ale především dopad reformy na blahobyt.

**Úkol 7** Vypočítejte blahobyt po reformě  $\gg$  MATLAB

$$u(\tilde{c}, \tilde{\ell}) = \ln \tilde{c} + \psi \ln \tilde{\ell}$$

Poté vypočítejte kompenzační konstantu  $\lambda$ , která říká, jak moc musíte kompenzovat reprezentativního spotřebitele, aby byl jeho užitek stejný před reformou i po reformě. Tedy najděte  $\lambda$ , která řeší: (na papír i v Matlabu)

$$\begin{aligned}u(c, \ell) &= u(\lambda \tilde{c}, \tilde{\ell}) \\ \ln c + \psi \ln \ell &= \ln \lambda \tilde{c} + \psi \ln \tilde{\ell} \\ \lambda &=?\end{aligned}$$

Stručně komentujte výsledek, tj. porovnejte výsledek před a po reformě.

## 5.2 Dynamická analýza blahobytu

„In the long run we are all dead.“

John Maynard Keynes: *A Tract on Monetary Reform*, (1923)

Ministr po vás chce zjistit i krátkodobé důsledky reformy. Musíte tedy vypočítat přechod mezi původním a novým steady statem, k čemuž budete potřebovat najít rozhodovací pravidla.

Ty lze najít pomocí řešení problému sociálního plánovače po reformě. Bellmanova rovnice má následující tvar

$$v(k_t, \bar{h}_t) = \max_{k_{t+1}} \{u(c_t, 1 - \bar{h}_t) + \beta v(k_{t+1}, \bar{h}_{t+1})\}$$

Tento problém má nyní jednu řídicí proměnnou ( $k_{t+1}$ ), jednu endogenní stavovou proměnnou ( $k_t$ ) a jednu exogenní stavovou proměnnou ( $\bar{h}_t$ ) (chová se jako fixní parametr).

**Úkol 8** Pomocí iterace hodnotové funkce, najděte hodnotovou funkci a rozhodovací pravidla pro výše uvedený problém. Rozhodovací pravidla jako následující funkce stavových proměnných

$$k_{t+1} = g(k_t, \bar{h}_t)$$

$$c_t = f(k_t, \bar{h}_t) + (1 - \delta)k_t - g(k_t, \bar{h}_t)$$

Vypočítanou hodnotovou funkci a rozhodovací pravidla vykreslete. >> MATLAB

Nyní, když máme rozhodovací pravidla, můžeme zjistit, co se děje při přechodu mezi dvěma steady staty.

**Úkol 9** Předpokládejte, že se první hodnota kapitálu rovná steady statové hodnotě před reformou a  $\bar{h}$  je rovno hodnotě dané reformou. Nasimulujte chování ekonomiky pro 50 období pomocí rozhodovacích pravidel vypočítaných v předchozím úkolu. Vykreslete trajektorie přechodu pro následující proměnné >> MATLAB

- kapitálová zásoba  $\{k_t\}_{t=0}^{50}$
- výstup  $\{y_t\}_{t=0}^{50}$
- spotřeba  $\{c_t\}_{t=0}^{50}$
- investice  $\{i_t\}_{t=0}^{50}$
- mezní produkt práce  $\{w_t\}_{t=0}^{50}$
- mezní produkt kapitálu  $\{R_t\}_{t=0}^{50}$
- pracovní důchod  $\{w_t h_t\}_{t=0}^{50}$
- blahobyt  $\{u(c_t, 1 - \bar{h}_t)\}_{t=0}^{50}$

Okomentujte výsledky. Jak tyto výsledky mění vaše dřívější závěry z porovnávání dlouhodobých (steady statových) hodnot?

## 6 Závěr

**Úkol 10** Vaším posledním úkolem je napsat krátké a výstižné shnutí, které bude předloženo ostatním ministrům ve vládě.

## Appendix

### A: Data

Data stáhněte ze stránky norského statistického úřadu:

<http://www.ssb.no/en/nasjonalregnskap-og-konjunkturer/tables/nr-tables>

Data jsou ve formátu csv, který otevřete v excelu. (Pokud by se vám stalo, že data nejsou ve sloupcích (pouze v prvním), je potřeba je trochu upravit. Označte data v prvním sloupci (A), z nabídky DATA vyberte nástroj Text do sloupců. Vyberte z nabídky Oddělovač (Další), zatrhněte oddělovač středník/čárka (Další) a pak Dokončit. Data se vám pak objeví v jednotlivých sloupcích. Ty pak už můžete kopírovat do xls souboru a dělat s nimi různé kejkle.)

### Podíly výrobních faktorů na národním důchodu

Pro výpočet podílu práce (kapitálu) je nutné provést úpravy v národních účtech (rozdělit daně a dotace podle toho, kam náleží). V seriózním výzkumu byste to měli udělat, ale pro tento případ bude stačit následující aproximace

$$\text{Podíl práce na výstupu} = \frac{\text{Kompenzace zaměstnancům}}{\text{Kompenzace zaměstnancům} + \text{Provozní přebytek}}$$

$$\text{Labor's share of output} = \frac{\text{Compensation of employees}}{\text{Compensation of employees} + \text{Operating surplus}}$$

Potřebné časové řady získáte z tabulky „5. Gross domestic product by income components. NOK million“

### Investice

Pro časovou řadu investic použijte veličinu *Total* z tabulky „29. Gross fixed capital formation, by type and main activity. Current prices. NOK million“.

### Kapitálová zásoba

Pro časovou řadu celkové kapitálové zásoby použijte veličinu *Total* z tabulky „38. Fixed assets by kind of main activity. Current prices. NOK million“.

## B: Pokyny pro odevzdání

Pokud je ve výše uvedeném textu symbol >> odkazuje to na výpočet v Matlabu nebo Excelu. Není-li tak uvedeno, proveďte výpočet (odvození) na papír. Využijte předpřipravený m-file `termpaper2.m`, který je na webu. Až vám výpočet bude fungovat, můžete zvýšit grid na hodnotu např. `gk = 1001`, abyste dostali přesnější (hezčí) výsledky.

Do ISu odevzdáte zazipované soubory s daty (Excel) a výpočty (Matlab), případně napsaný text. Zazipovaný soubor pojmenujte podle vašich příjmení, oddělených podtržítkem např. `kopyto_mnouk.zip`. Text s odvozením a komentáři mi odevzdáte v tištěné podobě. Termín odevzdání je středa 9. prosince 2015 do 18:00. Text mi můžete dát na přednášce, nebo donést ke mě do kanceláře či paní sekretářce.