

BAYESIÁNSKÁ ANALÝZA – CVIČENÍ 5

Toto cvičení je založeno na znalosti páté kapitoly z učebnice Koop (2003): *Bayesian econometrics*, případně na odpovídající kapitole podkladového učebního textu *Bayesiánská analýza*.

Co bude náplní cvičení?

- 📎 Odhad a posteriorní analýza normálního nelineárního regresního modelu.
- 📎 Osvojení si techniky Metropolis-Hastings algoritmu (v jeho základních variantách).
- 📎 Odhad a posteriorní analýza na příkladech s využitím reálných dat.

Zadání příkladů

1. *M-H algoritmus* Cílem tohoto úkolu je osvojení si technik Metropolis-Hastings algoritmu a analýza jejich vlastností. Předpokládejme, že nás zajímá bayesiánská analýza parametru θ , jehož posteriorní hustota je dána jako

$$p(\theta|y) \propto \exp\left(-\frac{1}{2}|\theta|\right)$$

pro $-\infty < \theta < \infty$. Jedná se o speciální případ Laplaceova rozdělení. Pro naše účely ovšem nepotřebujeme znát integrační konstantu. Toto Laplaceovo rozdělení má střední hodnotu 0 a rozptyl 8. Předpokládejme, že nedokážeme přímým způsobem získat vzorky z $p(\theta|y)$ a chceme tedy využít M-H algoritmus.

- (a) Odvod'te a vytvořte program pro independence chain M-H algoritmus s využitím $N(0, d^2)$ jakožto kandidáty generující hustoty (pro různé hodnoty d).
 - (b) Odvod'te a vytvořte program pro random walk chain M-H algoritmus s využitím normálně rozdělené přírůstkové veličiny s rozptylem, c^2 (pro různé hodnoty c).
 - (c) Porovnejte výkonnost předchozích dvou algoritmů.
2. Soubor `mexico.m` obsahuje makroekonomická data pro Mexiko z let 1955–1974. Máme k dispozici tři specifikace produkčních funkcí této ekonomiky, Cobb-Douglasovu funkci

$$Y_i = \alpha_1 X_{2i}^{\alpha_2} X_{3i}^{\alpha_3} + \epsilon_i,$$

CES produkční funkci (obvyklý je požadavek $\beta_2 + \beta_3 = 1$, což můžete provést v rámci rozšíření modelu)

$$Y_i = \beta_1 \left[\beta_2 X_{2i}^{\beta_4} + \beta_3 X_{3i}^{\beta_4} \right]^{\frac{1}{\beta_4}} + \epsilon_i.$$

a lineární produkční funkci

$$Y_i = \gamma_1 + \gamma_2 X_{2i} + \gamma_3 X_{3i} + \epsilon_i.$$

Proměnná Y_i odpovídá HDP dané ekonomiky, kdy výrobními faktory jsou práce, X_{2i} a kapitál X_{3i} . V rámci odhadu budeme pracovat s proměnnými vyjádřenými jako odchylky od svých průměrných hodnot (tedy s pomocí indexů, kde průměr dané veličiny je roven jedné). Výraz $1/(1 - \beta_4)$ v CES produkční funkci pak odpovídá elasticitě substituce.

- (a) Odhadněte produkční funkce mexické ekonomiky s využitím Random Walk Metropolis-Hastings algoritmu. Uvažujeme apriorní hustotu pro parametry odpovídající normálnímu rozdělení a pro přesnost chyby odpovídající gama rozdělení. Náhodná složka pochází z normálního rozdělení (s předpokladem nezávislosti pozorování).
- (b) Která ze specifikací lépe odpovídá datům? (využijte pro konstrukci bayesova faktoru metodu Gelfanda a Deye a pokuste se rovněž simulovat na základě modelů vybrané momenty v pozorovaných datech, tedy střední hodnotu a rozptyl resp. směrodatnou odchylku)