

## Stylizovaná fakta - shrnutí

Kydland and Prescott (1990). Lucasova definice hospodářského cyklu. Chování během cyklu. Spotřeba (+) (durables a nondurables; jiná volatilita), investice (+), vládní výdaje (0), exporty, importy (+). Kapitál (?), odpracované hodiny (zaměstnanost, hodiny na pracovníka; různá volatilita (ne kvalifikovaná práce více volatilnější), nevážené lidským kapitálem. Reálná mzda, mírně (+), pokud váženo lidským kapitálem, silně (+).

Odpracované hodiny, volatilita jako výstup. 2/3 „způsobeny“ fluktuacemi v zaměstnanosti, 1/3 fluktuacemi v hodinách na pracovníka.

## RBC model s nabídkou práce

Zaměstnanost (a odpracované hodiny) – důležitá součást fluktuací hospodářského cyklu. Zavedeme do modelu práci (a technologické šoky).

$$E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t u(c_t, \ell_t)$$

Různé specifikace užitkové funkce pro volný čas (práci)

$$u(c_t, \ell_t) = \frac{(c_t^\mu \ell_t^{1-\mu})^{1-\theta}}{1-\theta}$$

$$u(c_t, \ell_t) = \frac{c_t^{1-\gamma} - 1}{1-\gamma} + \psi \frac{\ell_t^{1-\theta} - 1}{1-\theta}$$

Po dosazení  $\ell = 1 - h$

$$u(c_t, \ell_t) = \frac{c_t^{1-\gamma} - 1}{1-\gamma} + \psi \frac{(1-h_t)^{1-\theta} - 1}{1-\theta}$$

$$u(c_t, \ell_t) = \frac{c_t^{1-\gamma} - 1}{1-\gamma} + \psi \log(1-h_t)$$

$$u(c_t, \ell_t) = \frac{c_t^{1-\gamma} - 1}{1-\gamma} - \psi \frac{h_t^{1+\theta} - 1}{1+\theta}$$

$$u(c_t, \ell_t) = \frac{c_t^{1-\gamma} - 1}{1-\gamma} - \psi h_t$$

## Intratemporální rozhodování

Užitková funkce

$$\max_{c,h} \ln(c) + \psi \frac{(1-h)^{1-\theta} - 1}{1-\theta}$$

vzhledem k  $c = wh$  a  $1 - h = \ell$ . Parametr  $\psi$  – váha volného času v užitkové funkci.

Intratemporální podmínka

$$\psi \frac{c}{(1-h)^\theta} = w$$

Po dosažení z rozpočtového omezení

$$\psi \frac{h}{(1-h)^\theta} = 1$$

Mzda není důležitá pro určení množství práce a volného času. Proč?

- Substituční efekt = růst mzdy, volný čas je dražší, proto více pracovat
- Důchodový efekt = růst mzdy, více si vydělám s danými vstupy, zvýším spotřebu obou normálních statků (spotřeby, volného času)  $\Rightarrow$  méně pracovat.
- Růst mzdy  $\Rightarrow$  vliv na spotřebu pozitivní v obou případech. Vliv na volný čas  $\Rightarrow$  substituční (-), důchodový (+)
- log užitková funkce pro spotřebu – důchodový a substituční efekt se vykrátí

### Intertemporální rozhodování

Jak agenti reagují na dočasně vyšší mzdovou sazbu?

Ekonomika trvá jen dvě období.

$$c_1 + \frac{c_2}{1+r} = w_1 h_1 + \frac{w_2 h_2}{1+r}$$
$$\max_{c_1, c_2, h_1, h_2} U$$

Mezičasová podmínka (Eulerova rovnice) jinak vyjádřená

$$\frac{1-h_2}{1-h_1} = \left[ \beta(1+r) \frac{w_1}{w_2} \right]^{\frac{1}{\theta}}$$

- If  $w_1 > w_2$ , domácnost je dnes produktivnější, bude nabízet více práce dnes
- Jaký je efekt permanentního zvýšení mzdy?
- Reakce na vyšší úrokovou míru: více pracuji, více vyrobím, uspořím a budu z toho mít více v budoucnu

Síla reakce je ovlivněna parametrem  $\frac{1}{\theta}$ . Součástí Frischovy elasticity nabídky práce. Pro tuto užitkovou funkci je rovna  $\frac{h}{1-h} \frac{1}{\theta}$

Nabídka práce je jedním z důležitých propagačních mechanismů v RBC. Model s technologickými šoky

$$y_t = z_t f(k_t, h_t) = z_t k^\alpha h^{1-\alpha}$$

$z_t$  je technologický šok, TFP (total factor productivity). Dočasné zvýšení TFP zvýší výstup (při stejných zdrojích, vyrobím více). Dojde i ke zvýšení mzdy, lidé budou reagovat zvýšením odpracovaných hodin, což dále zvýší výstup. (mezičasový substituční efekt). Rovněž i vliv růstu úrokové míry na nabídku práce.

### Plnotučný RBC model

Postup:

- Najdi podmínky prvního řádu, odvoď podmínky optimality
- Najdi steady state
- Log-linearizuj podmínky optimality kolem s.s.
- Nakalibruj strukturální parametry (podle dat)

- Najdi rozhodovací pravidlo (my použijeme Dynare)
- Nasimuluj modelovou ekonomiku v reakci na šoky
  - vypočítej statistiky modelových dat
  - prozkoumej chování modelu na základě impulsních odezev
  - (další metody: varinační dekompozice, šoková dekompozice ...)
- Porovnej výstupy z modelu s chováním v datech
- Interpretuj výsledky
- Najdi, kde model selhává a jak by se to dalo vylepšit

## Hansenův základní model

$$\max_{c_t, h_t, k_{t+1}} E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t [\log(c) + \psi \log(1 - h)]$$

vzhledem k

$$\begin{aligned} c_t + k_{t+1} &= w_t h_t + (1 + r_t) k_t \\ c_t > 0, h_t &\in [0, 1], k_{t+1} > 0 \\ z_t &= \rho z_{t-1} + \epsilon_t \end{aligned}$$

(implicitně předpokládáno, jediné aktivum je kaptiál, tedy  $a_t = k_t$ ) Můžeme řešit jako problém sociálního plánovače. Omezení SP

$$c_t + k_{t+1} = (1 - \delta)k_t + z_t k_t^\alpha h_t^{1-\alpha}$$

Nalezení podmínek optimality (dosazením do užitkové funkce, Lagrangianem nebo derivováním Bellmanovy rovnice).

Eulerova rovnice

$$\frac{1}{c_t} = \beta E_t \left[ \frac{1}{c_{t+1}} (1 + \alpha z_{t+1} k_{t+1}^{\alpha-1} h_{t+1}^{1-\alpha}) - \delta \right]$$

a intratemporální

$$\frac{\psi}{1 - h_t} = \frac{(1 - \alpha) z_t k_t^\alpha h_t^{-\alpha}}{c_t}$$

Levá strana: mezní „náklady“ (disutilita) ze zvýšení množství práce o jednotku, pravá strana: mezní příjem ze zvýšení práce (mzda) oceněno užitkem.

## Poznámka

Odvození intratemporální podmínky z Bellmanovy rovnice:

$$v(k_t, z_t) = \max_{k_{t+1}, h_t} \{ \log(z_t k_t^\alpha h_t^{1-\alpha} + (1 - \delta)k_t - k_{t+1}) + \psi \log(1 - h_t) \} + \beta v(k_{t+1}, z_{t+1} | z_t)$$

Stavová proměnná? Řídící proměnná?

FOC:

$$\frac{\partial v(k_t, z_t)}{\partial h_t} = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{c_t} (1 - \alpha) (z_t k_t^\alpha h_t^{-\alpha}) + \psi \frac{1}{1 - h_t} (-1) = 0$$

$$\frac{\psi c_t}{1 - h_t} = (1 - \alpha) z_t \left( \frac{k_t}{h_t} \right)^\alpha$$

## Steady state

Odstranit časové indexy (např.  $c_t = c_{t+1} = c$ ) a dopočítat steady-state hodnoty proměnných (nebo poměry proměnných) jako funkce parametrů.

## Kalibrace

Respektovat časový rozměr parametrů (čtvrtletní, roční).

- $\delta$  ... z rovnice pro vývoj kapitálu  $\delta = \frac{i}{k}$ . Z dat  $\frac{I}{Y}$  a  $\frac{K}{Y}$
- $\alpha$  ... podíl kapitálu (capital share)  $\alpha = \frac{RK}{Y}$ . Problémy: důchody vlastníků (proprietors' income), příjmy za „pronájem“ nemovitostí v osobním vlastnictví
- $\beta$  ... z Eulerovy rovnice, v s.s.  $\beta = \frac{1}{1+r}$ , nebo lépe  $\beta = [\alpha \frac{y}{k} + (1 - \delta)]^{-1}$
- $\psi$  ... empiricky lidé pracují 1/3 času. Z intratemporální podmínky  $\psi = (1 - \alpha) \frac{y}{c} \frac{1-h}{h}$
- $\rho$  a  $\sigma_\epsilon$  vypočítáme Solowovo reziduum. Odhadneme jako AR(1) proces,  $\rho$  je autoregresní parametr,  $\sigma_\epsilon$  z rozptylu reziduí

## Log-linearizace

Log-linearizujem rovnice (podmínky optimality, rozpočtová omezení ...) kolem steady-statu. (naučíme se příště).

## Porovnání model vs. data

Najdeme rozhodovací pravidla pro  $k_{t+1} = g(k_t, z_t)$ , i pro  $c_t$  a  $h_t$ . Vybereme počáteční hodnotu kapitálu  $k_0$ , vygenerujeme dlouhou časovou řadu inovací  $\{\epsilon\}_{t=0}^T$  a vytvoříme řadu šoků  $\{z_t\}_{t=0}^T$ . Nasimulujeme chování modelové ekonomiky. Vypočítáme statistiky a porovnáme s daty. Tabulka.

## Výsledky

- výstup v modelu fluktuuje méně než v datech
- investice jsou volatilnější než výstup, spotřeba méně než výstup (až moc málo)
- odpracované hodiny mají asi poloviční volatilitu
- velmi vysoká korelace s výstupem (více než v datech), zejména odpracované hodiny

Proměnná $x_t$	Volatilita		Relativní vol.		Korelace $x_t$ s výstupem $y_t$	
	$\sigma_x$ (M)	$\sigma_x$ (D)	$\sigma_x/\sigma_y$ (M)	$\sigma_x/\sigma_y$ (D)	$\rho(y_t, x_t)$ (M)	$\rho(y_t, x_t)$ (D)
výstup $y_t$	1.351	1.72	1	1	1	1
spotřeba $c_t$	0.329	1.27	0.244	0.738	0.84	0.83
investice $i_t$	5.954	8.24	4.407	4.791	0.99	0.91
odprac. hodiny $h_t$	0.769	1.65	0.569	0.930	0.99	0.86

## Důvody

- šok je velmi persistentní (abychom zajistili persistenci ve výstupu)
- na to reaguje nabídka práce, ale málo – malá mezičasová substituce v nabídce práce (růst mzdy je spíše permanentní)
- změny v nabídce práce jsou spojeny spíše se změnou  $r$  (proto je volatilita hodin tak malá)
- snadné vyhlazovat spotřebu v čase (nejsou žádné frikce), proto málo volatilní spotřeba a hodně volatilní investice
- v modelu je jen jeden šok, proto pozorujeme vysokou korelaci proměnných s výstupem

## Řešení některých problémů

Nízká volatilita hodin

- opustit log specifikaci v užitkové funkci ( $\log(1-h)$ ), dostat větší elasticitu nabídky práce  $\Rightarrow$  model s nedělitelnou nabídkou práce (lineární specifikace užitkové funkce)
- aby fluktuace celkových hodin odpovídaly datům (2/3 jsou změny zaměstnanosti – extensive margin, 1/3 jsou změny v odpracovaných hodinách na pracovníka – intensive margin)

## Náklady hospodářských cyklů

Lucas (1987). Má stabilizační politika smysl?

Užitková funkce

$$E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t u(c_t)$$

Konkrétně

$$E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \frac{c_t^{1-\sigma} - 1}{1-\sigma}$$

kde  $\beta \in (0, 1)$  a  $\sigma > 0$  je (konstantní) koeficient relativní averze vůči riziku.

Trend a cyklus

$$c_t = (1 + \lambda)(1 + \mu)^t e^{-\frac{1}{2}\sigma_z^2 z_t}$$

kde  $\lambda$  je kompenzační parametr (bude vysvětleno později),  $\mu$  je tempo růstu a  $z_t$  je stacionární stochastický proces s

$$\ln(z_t) \sim N(0, \sigma_z^2)$$

Střední hodnota spotřeby

$$(1 + \lambda)(1 + \mu)^t$$

Pro USA je roční tempo růstu spotřeby kolem tří procent,  $\mu_0 = 0.03$ . Směrodatná odchylka (rozptyl) logaritmu spotřeby  $\sigma_z^2 = (0.013)^2$ .

### Růst

Náklady změny tempa růstu. Funkce  $\lambda = f(\mu, \mu_0)$ , procentní změna spotřeby, aby byl spotřebitel indiferentní mezi růstem  $\mu$  a  $\mu_0$ . Porovnání dvou užitkových funkcí

$$U(\lambda, \mu, \sigma_z^2) = U(0, \mu_0, \sigma_z^2)$$

$$\lambda = f(\mu, \mu_0) = \left( \frac{1 + \mu_0}{1 + \mu} \right)^{\beta/(1-\beta)} - 1$$

Tabulka.  $\beta = 0.95$ . Když  $\mu = 0.02$ , spotřebitelé požadují kompenzaci 20 procent spotřeby navíc.

### Cykly

Náklady vyhlazení hospodářských cyklů. Funkce  $\lambda = g(\sigma_z^2)$ , procentní nárůst spotřeby, aby byl spotřebitel indiferentní mezi nestabilní (volatilní) spotřebou  $\sigma_z^2$  a úplně vyhlazenou spotřebou. (Náklady nestability spotřeby). Porovnání užitkových funkcí

$$U(\lambda, \mu, \sigma_z^2) = U(0, \mu, 0)$$

S log aproximací dostaneme

$$\lambda = g(\sigma_z^2) \approx \frac{1}{2} \sigma \sigma_z^2$$

Tabulka. Závisí na parametru  $\sigma$  (koef. rizikové averze). Benchmark:  $\sigma = 1$ , log preference. Odhady naznačují větší hodnoty (ale ne přes 20). (Základní volatilita:  $\sigma_z = 0.013$  směrodatná odchylka spotřeby od trendu (US, poválečné období).

Odstranění cyklů je ekvivalentní růstu průměrné spotřeby o 0.008 procent. Což je celkem málo.

Modifikace: (i) Větší volatilita (před válkou) (ii) Ne jen reprezentativní domácnost, někteří čelí větší volatilitě. (Ale jednotlivci se mohou pojistit).

Shrnutí: Ekonomická nestabilita (fluktuace) – relativně malý problém oproti nákladům inflace nebo snížení ekonomického růstu.

Barlevy (2005) shrnující článek. Reakce na Lucase. Modifikace Lucasova výpočtu. Různé přístupy: Table 1, Panel A: jiné preference a persistentní šoky, Panel B: data o spotřebě domácností (různé typy), Panel C (fig 2): stabilizace zvýší úroveň spotřeby, Panel D (fig 3): stabilizace ovlivní dlouhodobý růst. Průměr odhadů nákladů přes všechny studie 2.5 %. Má být (agresivnější) stabilizační politika prioritou? Záleží na šocích a také na nástrojích stab. politiky. Celkově spíše ve prospěch stabilizační politiky.