MAMO
podzim 2016
Přednáška 7
Lit: McC-ABC ch 6
Zietz (2006)

Log-linearizace

(Log) linearizace $\Rightarrow$ Taylorův rozvoj 1. řádu. Funguje všude, ale někdy zbytečně moc složité. Linearizace a log-linearizace (více méně to stejné).

Uhligova metoda log-linearizace

Pravidla a definice:

$$\hat{x} = \ln X_t - \ln \bar{X}$$

Proměnná $\hat{x}$ je logaritmická odchylka (diference) veličiny X_t od steady-statové hodnoty $\bar{X}$. Tedy přibližně procentní odchylka. Původní proměnnou můžeme rozložit

$$X_t = \bar{X} e^{\hat{x}_t}$$

Protože

$$\bar{X} e^{\hat{x}_t} = \bar{X} e^{\ln X_t - \ln \bar{X}} = \bar{X} e^{\ln(X_t/\bar{X})} = \bar{X} \frac{X_t}{\bar{X}} = X_t$$

Uhligova pravidla

- $$e^{\hat{x}_t + a\hat{y}_t} \approx 1 + \hat{x}_t + a\hat{y}_t$$
- $$\hat{x}_t \hat{y}_t \approx 0$$
- $$E_t \left[a e^{\hat{x}_{t+1}} \right] \approx a + a E_t \left[\hat{x}_{t+1} \right]$$

Užitečné je první pravidlo. Užitečná verze posledního pravidla

$$E_t \left[X_{t+1} \right] = \bar{X} \left(1 + E_t \left[\hat{x}_{t+1} \right] \right)$$

Log-linearizovaný model

Základní (Hansenův) model s logaritmickou užitkovou funkcí (spotřeba i volný čas). Pro každou rovnici následuje: Původní rovnice a log-linearizované rovnice, kde proměnná $\hat{x}_t = \ln x_t - \ln x$ je vyjádřena jako logaritmická odchylka od steady statu (procentní odchylka).

Eulerova rovnice

$$\frac{1}{C_t} = \beta E_t \frac{1}{C_{t+1}}(1 + R_{t+1} - \delta)$$

$$\hat{c}_{t+1} = \hat{c}_t + \beta \bar{R} \hat{R}_{t+1}$$

Intratemporální podmínka

$$\frac{\psi}{1 - H_t} = \frac{(1-\alpha)\frac{Y_t}{H_t}}{C_t}$$

$$\hat{c}_t = \hat{y}_t - \frac{\hat{h}_t}{(1 - \bar{H})}$$

Mezní produkt kapitálu

$$R_t = \alpha \frac{Y_t}{K_t}$$

$$\hat{R}_t = \hat{y}_t - \hat{k}_t$$

Rozpočtové omezení

$$K_{t+1} = (1-\delta)K_t - C_t + Y_t$$

$$\hat{k}_{t+1} = \frac{\bar{Y}}{\bar{K}}\hat{y}_t - \frac{\bar{C}}{\bar{K}}\hat{c}_t + (1-\delta)\hat{k}_t$$

nebo

$$\hat{y}_t = \frac{\bar{C}}{\bar{Y}}\hat{c}_t + \frac{\bar{K}}{\bar{Y}}\hat{k}_{t+1} - (1-\delta)\frac{\bar{K}}{\bar{Y}}\hat{k}_t$$

Produkční funkce

$$Y_t = Z_t K_t^{\alpha} H_t^{1-\alpha}$$

$$\hat{y}_t = \hat{z}_t + \alpha \hat{k}_t + (1-\alpha)\hat{h}_t$$

Šok (proces pro TFP)

$$Z_t = \rho Z_{t-1} + \mu_t$$

$$\hat{z}_t = \rho \hat{z}_{t-1} + \epsilon_t$$

Log-linearizace produkční funkce (krok po kroku)

$$Y_t = Z_t K_t^{\alpha} H_t^{1-\alpha}$$

Použijeme rozklad s e

$$\bar{Y}e^{\hat{y}_t} = \bar{Z}e^{\hat{z}_t}\left(\bar{K}e^{\hat{k}_t}\right)^{\alpha}\left(\bar{H}e^{\hat{h}_t}\right)^{1-\alpha}$$

Umocníme

$$\bar{Y}e^{\hat{y}_t} = \bar{Z}e^{\hat{z}_t}\bar{K}^{\alpha}e^{\hat{k}_t^{\alpha}}\bar{H}^{1-\alpha}e^{\hat{h}_t^{1-\alpha}}$$

Pod stejný mocnitel (e)

$$\bar{Y}e^{\hat{y}_t} = \bar{Z}\bar{K}^{\alpha}\bar{H}^{1-\alpha}e^{\hat{z}_t+\hat{k}_t^{\alpha}+\hat{h}_t^{1-\alpha}}$$

$$\bar{Y}e^{\hat{y}_t} = \bar{Z}\bar{K}^{\alpha}\bar{H}^{1-\alpha}e^{\hat{z}_t+\alpha\hat{k}_t+(1-\alpha)\hat{h}_t}$$

Vydělením rovnice steady-statem ($\bar{Y} = \bar{Z}\bar{K}^{\alpha}\bar{H}^{1-\alpha}$) dostaneme

$$e^{\hat{y}_t} = e^{\hat{z}_t+\alpha\hat{k}_t+(1-\alpha)\hat{h}_t}$$

A použijeme Uhligovo pravidlo

$$1 + \hat{y}_t = 1 + \hat{z}_t + \alpha\hat{k}_t + (1-\alpha)\hat{h}_t$$

A ve finále dostaneme

$$\hat{y}_t = \hat{z}_t + \alpha\hat{k}_t + (1-\alpha)\hat{h}_t$$

Po chvíli praxe je možné používat rozklad na steady-state a odchylku (bez "éčkování")

$$\bar{Y}(1+\hat{y}_t) = \bar{Z}\bar{K}^{\alpha}\bar{H}^{1-\alpha}(1+\hat{z}_t+\alpha\hat{k}_t+(1-\alpha)\hat{h}_t)$$