MAMO
podzim 2016
Přednáška 9
Lit: K-QM ch7
Kehoe, Prescott (2007)

RBC model s růstem populace a technologie

Původní model, populace v modelové ekonomice se nemění. Nyní zavedeme do modelu růst populace i růst technologického pokroku. Růst jako takový nás nezajímá, spíš hospodářské cykly, ale je dobré mít model konzistentní s dlouhodobými pozorováními v datech – GDP na hlavu vykazuje trvalý, kladný růst.

Populace roste konstatním tempem n, tedy

$$N_t = (1+n)^t N_0$$

zkráceně $(1+n)^t = \eta^t$ a N_0 normujeme $N_0 = 1$. Tedy $N_t = \eta^t$

Obdobně pro technologický pokrok (zlepšující práci)

$$A_t = (1+g)^t A_0$$

opět po úpravách $(1+g)^t = \gamma^t$ a normování dostaneme $A_t = \gamma^t$.

Produkční funkce (v agregátních veličinách)

$$Y_t = z_t K_t^\alpha (\gamma^t H_t)^{1-\alpha} \quad \text{nebo} \quad Y_t = z_t K_t^\alpha (A_t H_t)^{1-\alpha}$$

vyjádření per capita (na hlavu)

$$y_t = z_t k_t^\alpha (\gamma^t h_t)^{1-\alpha} \quad \text{nebo} \quad y_t = z_t k_t^\alpha (A_t h_t)^{1-\alpha}$$

Vyvážená růstová trajektorie (Balanced Growth Path, BGP), analogie ke steady-statu. Všechny proměnné (y, k, c) rostou konstantním tempem (tempem technologického pokroku), odpracované hodiny na pracovníka (h) jsou konstantní.

Příklad

Problém sociálního plánovače

$$\max_{c_t, h_t, k_{t+1}} E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t [\ln(c_t) + \psi \ln(1-h_t)]$$

vzhledem k

$$K_{t+1} + C_t = (1-\delta)K_t + z_t K_t^\alpha (A_t H_t)^{1-\alpha}$$

$c_t = \frac{C_t}{N_t}$, $h_t = \frac{H_t}{N_t}$ a $k_{t+1} = \frac{K_{t+1}}{N_{t+1}}$.

Těžké najít rozhodovací pravidla v rostoucí ekonomice. Převedeme na stacionární problém (vyjádříme ve veličinách které nerostou, např. $\tilde{c}_t = \frac{C_t}{N_t A_t}$ neboli $\tilde{c}_t = \frac{c_t}{A_t}$.

Užitková funkce

$$\ln c_t + \psi \ln(1-h_t) = \ln \tilde{c}_t + \ln A^t + \psi \ln(1-h_t)$$

Agregátní rozpočtové omezení vydělíme $N_t A_t$ a dostaneme

$$\tilde{k}_{t+1}\gamma\eta + \tilde{c}_t = (1-\delta)\tilde{k}_t + z_t \tilde{k}_t^\alpha (h_t)^{1-\alpha}$$

Řešením tohoto problému jsou podmínky optimality

- Intratemporální

$$\frac{\psi}{1-h_t} = \frac{1}{\tilde{c}_t}(1-\alpha)z_t\tilde{k}_t^{\alpha}(h_t)^{-\alpha}$$

- Intertemporální (Eulerova)

$$\frac{\gamma\eta}{\tilde{c}_t} = \beta E_t \frac{1}{\tilde{c}_{t+1}}\left[(1-\delta) + z_t\alpha\tilde{k}_t^{\alpha-1}(h_t)^{1-\alpha}\right]$$

Na BGP jsou $\tilde{c}_t$, $\tilde{k}_t$, $\tilde{y}_t$ a h_t jsou konstantní. Tím pádem c_t, k_t a y_t rostou tempem γ (g).

Jak to vypadá s cenama?

Reprezentativní firma najímá kapitál a práci.

$$\max_{K_t,H_t} z_tK_t^{\alpha}(A_tH_t)^{1-\alpha} - w_tH_t - R_tK_t$$

Podmínky prvního řádu

$$w_t = z_t(1-\alpha)A_t\left(\frac{\tilde{k}_t}{h_t}\right)^{\alpha} \qquad = z_t(1-\alpha)\gamma^t\left(\frac{\tilde{k}_t}{h_t}\right)^{\alpha}$$

$$R_t = z_t\alpha\left(\frac{\tilde{k}_t}{h_t}\right)^{\alpha-1}$$

Na BGP je nájemní cena kapitálu R (a tím pádem i reálná úroková míra $r = R - \delta$) konstantní a reálná mzda w roste konstantním tempem γ (g).

Podmínky rovnováhy jsou v rostoucí ekonomice v zásadě stejné jako ve stacionární ekonomice (díky transformaci veličin).

Kalibrace

Rostoucí ekonomika – některé parametry (s časovým rozměrem) se budou lišit. Předpokládejme růst populace $\eta = 1.01$ a růst technologického pokroku $\gamma = 1.02$.

- Podíl odměn kapitálu na důchodu $\alpha = .33$ (neovlivněn).
- Parametr ψ v užitkové funkci nastavit tak, aby jednotlivec pracoval 1/3 svého disponibilního času (neovlivněn).

  $$\psi = (1-\alpha)\frac{\tilde{y}_t}{h_t}\frac{1-h_t}{\tilde{c}_t}$$

  např. pro $C/Y = 0.75$ je $\psi = 1.77$.

- Míra depreciace δ z rovnice pro vývoj kapitálu (na BGP)

  $$\gamma\eta\tilde{k}_{t+1} = (1-\delta)\tilde{k}_t + \tilde{i}_t$$

  $$\delta = \frac{I}{K} + 1 - \gamma\eta$$

  S $I/Y = 0.25$ a $K/Y = 2.6$ je $I/K = 0.0962$ a $\delta = 0.066$.

- Diskontní faktor β z Eulerovy rovnice.

  $$\beta = \frac{\gamma\eta}{\alpha\frac{\tilde{y}}{\tilde{k}} + 1 - \delta}$$

  $\beta = 0.971$.

Aplikace

Studium Velké krize (krizí) pomocí RBC modelu. Růstové účetnictví

$$\frac{Y_t}{N_t} = z_t \left(\frac{K_t}{N_t}\right)^{\alpha} \left(\gamma^t \frac{H_t}{N_t}\right)^{1-\alpha}$$

$$\frac{Y_t}{N_t} = z_t^{\frac{1}{1-\alpha}} \left(\frac{K_t}{Y_t}\right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} \left(\gamma^t \frac{H_t}{N_t}\right)$$

Po logaritmování

$$\ln y_t = \frac{1}{1-\alpha} \ln z_t + \frac{\alpha}{1-\alpha} \ln \frac{k_t}{y_t} + t \ln \gamma + \ln h_t$$

Rozklad detrendovaného HDP na příspěvky jednotlivých faktorů. (Před krizí na trendu, = 100). Vývoj produktivity (TFP) převzatý z dat. Kalibrace modelu, simulace vývoje veličin během krize, porovnání s daty (TFP je exogenní).

Obrázek: Srovnání predikce modelu (čárkovaná čára) s daty (plná čára).

Nezodpovězené otázky: Co je za propadem TFP?, Proč se odpracované hodiny nevrátily na původní úroveň jak model předpovídá?