

DXX\_MAT2, Domácí úloha č.1

Termín odevzdání: 19.10.2017

Bodová hodnota: 5b z 35b

1.

$$f(x, y, z) = x^4y^2 - x^3z^3 + x^2y^2z^2$$

- Ukažte, že je funkce  $f(x, y, z)$  homogenní a určete stupeň homogenity.
- Vypočítejte všechny 1. parciální deriváce funkce  $f(x, y, z)$  a určete stupeň homogenity těchto funkcí.
- Ukažte, že pro funkci  $f(x, y, z)$  platí Eulerův vzorec.

2.

$$h(x, y) = x^6y + x^{14}y^{7/3} + 3$$

- Pro funkci  $h(x, y)$  ukážete, že je monotónní transformací homogenní funkce, tedy že jde o funkci homotetickou.
- Když platí  $h(x_1, y_1) \geq h(x_2, y_2)$ , co platí pro  $h(2x_1, 2y_1)$  a  $h(2x_2, 2y_2)$ ?

3. S využitím Hessovy matice zjistěte, zda je funkce  $f(x, y) = -x^2 + y^2 - xy$  konvexní nebo konkávní.

4.

$$f(x) = \frac{1}{x^2}, x \in \mathbb{R}^-$$

Je funkce  $f(x)$  konvexní nebo konkávní? Mějme  $x_1, x_2 \in \mathbb{R}^-, \lambda \in (0, 1)$ , která z následujících nerovností platí?

$$f(\lambda x_1 + (1 - \lambda)x_2) \geq \lambda f(x_1) + (1 - \lambda)f(x_2)$$

$$f(\lambda x_1 + (1 - \lambda)x_2) \leq \lambda f(x_1) + (1 - \lambda)f(x_2)$$