Seminář 6. týden, logaritmické a exponenciální výrazy a rovnice

Příklad 1: Vypočtěte:

a) $(\sqrt{2})^{\log_2 \frac{1}{4}+2\log 100} + \frac{1}{3}\log_3 27 - \log_3 1$ [3]

b) x, jestliže $\log_{\frac{1}{3}} x = -\frac{2}{5}$, $[\sqrt[5]{9}]$

c) x, jestliže $\log_x \frac{27}{2} = -2$, $[\frac{\sqrt{6}}{9}]$

Příklad 2: Načrtněte grafy funkcí

a) $y = \log_2 x$

b) $y = \log_2(x+2)$

c) $y = \log_2(x+2) - 3$

d) $f(x), |f(x)|, f(|x|), |f(|x|)|$ pro funkci $f(x) = \log_{\frac{1}{3}} x$

Příklad 3: V množině $\mathbb{R}$ řešte rovnice

a) $\log x + \frac{3}{\log x} = 4$, $[\{10, 1000\}]$

b) $\log\sqrt{x+1} + \log\sqrt{x-1} = 2 - \log 2$, $[\sqrt{2501}]$

c) $\frac{5\log x+3}{3\log x-4} = \frac{\log x+5}{3\log x-4} - 2$, [10]

d) $4^{x+\sqrt{x^2-2}} - 5\cdot 2^{x+\sqrt{x^2-2}-1} = 6$, $[\frac{3}{2}]$

e) $3^x + 3^{x+1} - 5^{x+1} = 5^x - 3^{x+3} + 5^{x+2}$, [0]

f) $5^{1-x} = 7^{x-1}$, [1]

g) $9^x + 2\cdot 3^x - 3 = 0$, [0]

h) $(\frac{4}{25})^{x+3}\cdot(\frac{125}{8})^{4x-1} = \frac{5}{2}$, [1]

Příklad 4: V množině $\mathbb{R}$ řešte nerovnice

a) $\log_{\frac{1}{4}}(x^2-4x-32) \geq \log_{\frac{1}{4}}(x^2-8x-20)$, $[(-\infty,-4)]$

b) $\log_{\frac{1}{2}}(x-2) + \log_{\frac{1}{2}}(x+2) \leq -2$, $[\langle 2\sqrt{2},\infty)]$

Příklad 5: Určete definiční obory funkcí

a) $y = \log(2x^2+4x-6)$, $[(-\infty,-3)\cup(1,\infty)]$

b) $y = \log(x^2-10) + \sqrt{x^2-5x}$, $[(-\infty,-\sqrt{10})\cup\langle 5,\infty)]$

c) $y = \log\sqrt{\frac{x^2+3x}{x-5}} + \frac{x+1}{x-10}$, $[(-3,0)\cup(5,10)\cup(10,\infty)]$