10. seminář, analytická geometrie

Příklad 1: Vyšetřete vzájemnou polohu přímek $p,\ q$, (v případě různoběžek určete souřadnice průsečíku)

a) je-li $p = \{[1+t, 2-2t, t], t \in \mathbb{R}\},\ q = \{[4-2s, 1+4s, 3-2s], s \in \mathbb{R}\}$ *[rovnoběžky]*

b) je-li $p = \{[2-3t, 1+t, 4-t], t \in \mathbb{R}\},\ q = \{[-4+3s, 3-s, 2+s], s \in \mathbb{R}\}$ *[p=q]*

c) je-li $p = \{[2t, 3-t, 4-t], t \in \mathbb{R}\},\ q = \{[2-2s, -1+s, 6+2s], s \in \mathbb{R}\}$ *[mimoběžky]*

d) je-li $p = \{[2, 1+t, 3], t \in \mathbb{R}\},\ q = \{[s, 4, 1+s], s \in \mathbb{R}\}$ *[různoběžky, P[2,3,4]]*

e) je-li $p = \{[2, 4-t, 1+2t], t \in \mathbb{R}\},\ q = \{[1-s, 2+3s, -1-2s], s \in \mathbb{R}\}$ *[mimoběžky]*

Příklad 2: Jsou dány body $A[2,1,6],\ B[0,-1,-6],\ C[-1,2,0]$.

a) Dokažte, že body A, B, C určují rovinu a napište její parametrické rovnice.

b) Vypočítejte souřadnice bodů, ve kterých rovina ABC protíná souřadné osy. *[[1,0,0],[0,1,0],[0,0,-3]]*

c) Rozhodněte, zda body $K[2,4,15],\ L[-3,2,6]$ leží v rovině ABC. *[K ano, L ne]*

d) Vypočítejte $z \in \mathbb{R}$ tak, aby bod $M[-2,1,z]$ ležel v rovině ABC. *[z=-6]*

Příklad 3: Rozhodněte, zda body A, B, C určují rovinu, případně napište její obecnou rovnici, je-li:

a) $A[1,1,1],\ B[5,1,-3],\ C[2,0,2]$. *[x+2y+z-4=0]*

b) $A[1,-3,-1],\ B[2,2,0],\ C[-4,5,5]$. *[2x-y+3z-2=0]*

c) $A[1,2,-3],\ B[0,1,2],\ C[2,3,-8]$. *[neurčují rovinu]*

d) $A[0,0,0],\ B[1,2,-2],\ C[-3,-6,-5]$. *[2x-y=0]*

Příklad 4: Napište obecnou rovnici roviny ρ, je-li určena

a) bodem $A[0,-1,5]$ a přímkou $p = \{[3-t, -2+t, 4+2t],\ t \in \mathbb{R}\}$

b) přímkami $p = \{[\frac{5}{2}, 2+t, 0],\ t \in \mathbb{R}\}$ a $q = \{[3, 1+s, 2],\ s \in \mathbb{R}\}$

c) body $A[3,4,5],\ B[-2,1,0]$ a je rovnoběžná s osou y.

Příklad 5: Vyšetřete vzájemnou polohu přímky p a roviny ρ, je-li

a) je-li $p = \{[2+t, 3+2t, 1-t], t \in \mathbb{R}\}$, $\rho : x - 2y + z - 5 = 0$ *[různoběžné, P[0,-1,3]]*

b) je-li $p = \{[1-2t, 5-t, -3+t], t \in \mathbb{R}\}$, $\rho : 3x - y + z - 11 = 0$ *[rovnoběžky]*

c) je-li $p = \{[2t, 4+t, -1], t \in \mathbb{R}\}$, $\rho : x - 2y - 3z + 5 = 0$ *[přímka leží v rovině]*

d) je-li $p = AB$, kde $A = [-2, 0, -1]$, $B = [2, 1, 4]$ a rovina ρ je určena body $K = [0, 0, 3]$, $M = [-2, -1, 1]$, $L = [0, 1, 4]$. *[různoběžné, P[4;1,5;6,5]]*

Příklad 6: Načrtněte

a) polorovinu $2x - 3y + 2 \geq 0$.

b) kružnici $(x-1)^2 + y^2 = 16$ (určete střed a poloměr).

c) elipsu $25x^2 + y^2 = 100$ (určete střed, délky poloos, excentricitu a ohniska).

d) hyperbolu $(x-1)^2 - 4(y+2)^2 = 16$ (určete střed, délky poloos, excentricitu, ohniska a rovnice asymptot)

e) parabolu $(x+1)^2 + y + 2 = 0$ (určete vrchol, ohnisko a rovnici řídící přímky).

Příklad 7: Napište rovnici

a) kružnice, která má střed v počátku soustavy souřadnic a prochází bodem $A[1, 1]$. *[$x^2 + y^2 = 2$]*

b) kružnice, která má střed $S[2, 1]$ a prochází bodem $K[6, -2]$ (najděte průsečíky s osami). *[$(x-2)^2 + (y-1)^2 = 25$]*

c) elipsy, která má ohniska v bodech $F_1[3, 2]$, $F_2[-3, 2]$ a hlavní poloosu délky 5. *[$\frac{x^2}{25} + \frac{(y-2)^2}{16} = 1$]*

d) paraboly, která má vrchol v počátku a ohnisko $F[2, 0]$. *[$y^2 = 8x$]*

e) paraboly, která má vrchol v počátku a řídící přímku $x = 1$. *[$y^2 = -4x$]*

Příklad 8: Úpravou na středový tvar rovnice rozhodněte, o jaký typ kuželosečky jde a načrtněte ji.

a) $4x^2 - 9y^2 + 18y - 45 = 0$

b) $2x^2 + 3y^2 - 12x + 6y + 21 = 0$

c) $y^2 - 3x - 2y + 7 = 0$

d) $4x^2 + 4y^2 - 16y - 9 = 0$