

Rovnice a nerovnice

Štěpán Křehlík

Ekonomicko správní fakulta
Masarykova Universita

podzim 2018

Cihla váží kilo a půl cihly k tomu.
Kolik váží celá cihla?

Řešení najdeme:

- intuitivně (např. představa rovnoramenných vah)
- matematickou rovnicí

Matematická rovnice, kde m_c je označení hmotnosti cihly:

$$\begin{aligned}m_c &= 1 + \frac{1}{2}m_c & / \cdot 2 \\2m_c &= 2 + m_c & / - m_c \\m_c &= 2\end{aligned}$$

Cihla váží kilo a půl cihly k tomu.
Kolik váží celá cihla?

Řešení najdeme:

- intuitivně (např. představa rovnoramenných vah)
- matematickou rovnicí

Matematická rovnice, kde m_c je označení hmotnosti cihly:

$$\begin{aligned}m_c &= 1 + \frac{1}{2}m_c & / \cdot 2 \\2m_c &= 2 + m_c & / - m_c \\m_c &= 2\end{aligned}$$

Cihla váží kilo a půl cihly k tomu.
Kolik váží celá cihla?

Řešení najdeme:

- intuitivně (např. představa rovnoramenných vah)
- matematickou rovnicí

Matematická rovnice, kde m_c je označení hmotnosti cihly:

$$\begin{aligned}m_c &= 1 + \frac{1}{2}m_c & / \cdot 2 \\2m_c &= 2 + m_c & / - m_c \\m_c &= 2\end{aligned}$$

Uvažujme dva libovolné algebraické výrazy $L(x)$ a $P(x)$ s proměnou x .

Zajímá nás pro jaká x má výraz $L(x)$ stejnou hodnotu jako $P(x)$.
Úlohu zapíšeme ve tvaru

$$L(x) = P(x)$$

$L(x)$... levá strana rovnice

$P(x)$... pravá strana rovnice

x ... neznámá

Konkrétní čísla pro které je rovnice splněna nazýváme kořeny, nebo taky řešení rovnice.

Dvě rovnice, které mají stejné množiny všech řešení se nazývají **ekvivalentní rovnice**.

Postup řešení rovnic spočívá v úpravách výrazů na levé i pravé straně, tak abychom obdrželi rovnici v jednodušším tvaru.

Úpravy dělíme na:

- ekvivalentní

$$L(x) = P(x) \Leftrightarrow L'(x) = P'(x)$$

- důsledkové (implicitní)

$$L(x) = P(x) \Rightarrow L'(x) = P'(x)$$

Přehled ekvivalentních úprav:

- prohození levé a pravé strany rovnice,
- přičtení(odečtení) libovolného čísla nebo násobku neznámé

$$u = v \Leftrightarrow w + u = w + v,$$

- vynásobení levé a pravé strany číslem či výrazem, který je nenulový

$$\text{pro } \forall x \in \mathbb{R} : u = v \Rightarrow w \cdot u = w \cdot v,$$

$$\text{pro } \forall x \in \mathbb{R} \setminus \{0\} : u = v \Leftrightarrow w \cdot u = w \cdot v,$$

- umocnění(odmocnění) levé a pravé strany přirozeným (od-)mocnitelem jsou- li obě strany nezáporné,
- zlogaritmování obou stran rovnice se stejným základem jsou-li obě strany rovnice kladné.

Řešení rovnic polynomiálního typu

Polynomiální rovnice 1. stupeň

$$P_1(x) = a_1x + a_0, \quad a_1 \neq 0$$

Hledáme takové x pro něž platí $p(x) = 0$. Vyniklou algebraickou rovnicí nazýváme *lineární rovnicí* s jedním kořenem $x_1 = -\frac{a_0}{a_1}$.

Příklad: Najděme kořen polynomu

$$P_1(x) = 3x + 6.$$

Náš polynom má právě jeden kořen, který splňuje rovnici

$$3x + 6 = 0.$$

Tímto kořenem je číslo -2 .

Poznámka

Řešení rovnice v daném oboru.

Polynomiální rovnice 1. stupeň

$$P_1(x) = a_1x + a_0, \quad a_1 \neq 0$$

Hledáme takové x pro něž platí $p(x) = 0$. Vyniklou algebraickou rovnicí nazýváme *lineární rovnicí* s jedním kořenem $x_1 = -\frac{a_0}{a_1}$.

Příklad: Najděme kořen polynomu

$$P_1(x) = 3x + 6.$$

Náš polynom má právě jeden kořen, který splňuje rovnici

$$3x + 6 = 0.$$

Tímto kořenem je číslo -2 .

Poznámka

Řešení rovnice v daném oboru.

Polynomiální rovnice 2. stupeň

$$P_2(x) = a_2x^2 + a_1x + a_0, \quad a_2 \neq 0.$$

Kořeny tohoto polynomu splňují rovnici

$$a_2x^2 + a_1x + a_0 = 0.$$

Řešení kvadratické rovnice:

- diskriminant kvadratické rovnice

$$D = a_1^2 - 4 \cdot a_2 \cdot a_0$$

- kořeny kvadratické rovnice

$$x_{1,2} = \frac{-a_1 \pm \sqrt{D}}{2 \cdot a_2}$$

Motivační příklad

Řešte rovnici $x^2 - 2x - 15 = 0$.

Pomocí diskriminantu:

$$D = b^2 - 4ac = (-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 16 = 64$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{-2 \pm 8}{2} \Rightarrow x_1 = 5 \text{ a } x_2 = -3$$

Doplněním na čtverec:

$$x^2 - 2x - 15 = (x - 1)^2 - 16 = 0$$

$$(x - 1)^2 = 16$$

$$x - 1 = 4 \quad \wedge \quad x - 1 = -4$$

$$x = 5 \quad \wedge \quad x = -3$$

Motivační příklad

Řešte rovnici $x^2 - 2x - 15 = 0$.

Pomocí diskriminantu:

$$D = b^2 - 4ac = (-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 16 = 64$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{-2 \pm 8}{2} \Rightarrow x_1 = 5 \text{ a } x_2 = -3$$

Doplněním na čtverec:

$$x^2 - 2x - 15 = (x - 1)^2 - 16 = 0$$

$$(x - 1)^2 = 16$$

$$x - 1 = 4 \quad \wedge \quad x - 1 = -4$$

$$x = 5 \quad \wedge \quad x = -3$$

Motivační příklad

Řešte rovnici $x^2 - 2x - 15 = 0$.

Pomocí diskriminantu:

$$D = b^2 - 4ac = (-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 16 = 64$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{-2 \pm 8}{2} \Rightarrow x_1 = 5 \text{ a } x_2 = -3$$

Doplněním na čtverec:

$$x^2 - 2x - 15 = (x - 1)^2 - 16 = 0$$

$$(x - 1)^2 = 16$$

$$x - 1 = 4 \quad \wedge \quad x - 1 = -4$$

$$x = 5 \quad \wedge \quad x = -3$$

Polynomiální rovnice 2. stupeň

- ryze kvadratická rovnice (bez lineárního členu $a_1 = 0$)

$$2x^2 - 8 = 0$$

- rovnice bez absolutního členu ($a_0 = 0$)

$$2x^2 - 6x = 0,$$

- normovaná kvadratická rovnice ($a_2 = 1$)

$$x^2 + 4x - 6 = 0$$

Polynomiální rovnice n -tého stupě

$$P_n(x) = a_n x^n + \dots + a_1 x + a_0, \quad a_n \neq 0.$$

- neexistují jednoduché vzorce pro řešení
- existují návody pro řešení specifických rovnic
 - substituce (bikvadratická)
 - vytýkání
 - Hornerovo schéma
 - numerické metody

Motivační příklad

V oboru reálných čísel řešme rovnici $\sqrt{2x + 4} = 3$

Umocníme obě strany rovnice a dostaneme:

$$2x + 4 = 9$$

Z této rovnice plyne, že $x = 2,5$ Zde platí jsou-li u a v stejná, pak jsou stejné i jejich mocniny, tj.

$$u = v \Rightarrow u^2 = v^2$$

Jestliže pro nějaké číslo x platí $\sqrt{2x + 4} = 3$ splňuje toto číslo x i rovnici $2x + 4 = 9$.

Motivační příklad

V oboru reálných čísel řešme rovnici $\sqrt{2x + 4} = 3$

Umocníme obě strany rovnice a dostaneme:

$$2x + 4 = 9$$

Z této rovnice plyne, že $x = 2,5$ Zde platí jsou-li u a v stejná, pak jsou stejné i jejich mocniny, tj.

$$u = v \Rightarrow u^2 = v^2$$

Jestliže pro nějaké číslo x platí $\sqrt{2x + 4} = 3$ splňuje toto číslo x i rovnici $2x + 4 = 9$.

Motivační příklad

V oboru reálných čísel řešme rovnici $\sqrt{2x + 4} = 3$

Umocníme obě strany rovnice a dostaneme:

$$2x + 4 = 9$$

Z této rovnice plyne, že $x = 2,5$ Zde platí jsou-li u a v stejná, pak jsou stejné i jejich mocniny, tj.

$$u = v \Rightarrow u^2 = v^2$$

Jestliže pro nějaké číslo x platí $\sqrt{2x + 4} = 3$ splňuje toto číslo x i rovnici $2x + 4 = 9$.

Motivační příklad Avšak pozor na opačnou implikaci! Jestliže se sobě rovnají druhé mocniny čísel u^2 a v^2 nemusí se sobě rovnat čísla u a v , tj.

$$\text{neplatí } u^2 = v^2 \Rightarrow u = v.$$

$$(-5)^2 = 5^2, \text{ ale } -5 \neq 5.$$

Příklad Řešte rovnici:

$$\sqrt{x^2 - 2x + 10} = x - 10.$$

Umocníme obě strany rovnice a dostaneme:

$$x^2 - 2x + 10 = x^2 - 20x + 100$$

Nová rovnice má jediný kořen a to $x = 5$. Lehce se však přesvědčíme, že to není kořen původní rovnice.

Důležitá tvrzení:

- Umocněním obou stran rovnice na druhou dostaneme rovnici, pro kterou platí: Každý kořen původní rovnice je i kořenem této nové rovnice. Obráceně to ale neplatí. Zda je řešení nové rovnice i řešením původní rovnice ověříme zkouškou. Zkouška je v tomto případě **NUTNOSTÍ**.
- Pro rovnici jejíž obě strany jsou v uvažovaném číselném oboru nezáporné (nekladné), je umocnění ekvivalentní úpravou. Jestliže sledujeme po celou dobu znaménka obou stran rovnice, zkoušku dělat nemusíme.

Příklad:

Řešte rovnici

$$\sqrt{5 - 5x} = \sqrt{3x - 11}$$

- a) na první pohled je zřejmý výsledek,
- b) umocníme obě strany rovnice a dostaneme

$$5 - 5x = 3x - 11$$

$$x = 2$$

To ovšem není výsledkem původní rovnice, protože výraz v levo je definován jen pro $x \leq 1$.

Exponenciální rovnici nazýváme každou rovnicí, ve které je neznámá $x \in \mathbb{R}$ v exponentu mocniny nějakého čísla. Za základní tvar exponenciální rovnice lze považovat

$$a^{f(x)} = b^{g(x)},$$

kde $a > 0$, $b > 0$ a $f(x)$, $g(x)$ jsou nějaké výrazy.

Metoda řešení:

Rovnici převedeme logaritmováním na tvar

$$f(x)\log(a) = g(x)\log(b),$$

ve speciálním případě, kdy $a = b$, dostaneme

$$f(x) = g(x).$$

Řešení exponenciální rovnice - společný základ

Příklad:

V reálném oboru řešte:

$$3^{x+1} - 9^{2-x} = 0.$$

Řešení: Převédeme druhý člen na pravou stranu:

$$3^{x+1} = 9^{2-x}$$

Dosadíme $9 = 3^2$

$$3^{x+1} = 3^{2(2-x)}$$

Logaritmováním dostaneme

$$x + 1 = 2(2 - x)$$

$$3x = 3$$

$$x = 1$$

Řešení exponenciální rovnice - vytknutí

Příklad:

V reálném oboru řešte

$$3^{2x-1} - 3^{2x-4} = 315 - 3^{2x-2}.$$

Řešení: Převědeme mocniny na jednu stranu a vytkneme z nich 3^{2x} .

$$3^{2x}(3^{-1} - 3^{-4} + 3^{-2}) = 315$$

$$3^{2x}\left(\frac{1}{3} - \frac{1}{81} + \frac{1}{9}\right) = 315$$

$$3^{2x} \cdot \frac{35}{81} = 315$$

$$3^{2x} = 729$$

$$3^{2x} = 3^6$$

Logaritmováním dostaneme

$$2x = 6 \Leftrightarrow x = 3.$$

Řešení exponenciální rovnice - substituce

Příklad:

V reálném oboru řešte

$$25^x - 6 \cdot 5^x + 5 = 0$$

Řešení: Upravíme na tvar

$$5^{2x} - 6 \cdot 5^x + 5 = 0$$

Zavedeme substituci $y = 5^x$

$$y^2 - 6y + 5 = 0$$

Dostaneme kořeny

$$y_{1,2} = \frac{6 \pm \sqrt{36 - 20}}{2} \Rightarrow y_1 = 1 \wedge y_2 = 5$$

Tedy po provedení zpětné substituce dostaneme:

- a) pro $y_1 = 5$ získáme první řešení původní rovnice z $5 = 5^x$
- b) pro $y_2 = 1$ získáme druhé řešení původní rovnice z $1 = 5^x$

$$3^{2x}(3^{-1} - 3^{-4} + 3^{-2}) = 315$$

Logaritmická rovnice

Logaritmická rovnice je taková rovnice, v níž se vyskytují logaritmy výrazu s neznámou x , přičemž x patří do množiny kladných reálných čísel. Základní logaritmickou rovnicí je rovnice typu

$$\log_a x = b,$$

$a > 0$, $a \neq 1$ Tato rovnice má pro libovolné b jediné řešení tvaru $x = a^b$.

Logaritmické rovnice složitějších typů se nejprve upraví na tvar

$$\log_a f(x) = \log_a g(x),$$

kde $a > 0$, $a \neq 1$ přičemž rovnici řešíme na množině těch $x \in \mathbb{R}$, pro něž výrazy $f(x)$ a $g(x)$ nabývají kladných hodnot. Pokud tuto množinu neurčíme předem, je nutno provést zkoušku.

Odlogaritmováním rovnice dostaneme

$$f(x) = g(x)$$

a dále řešíme rovnici bez logaritmu.

Goniometrické rovnice

Goniometrickou rovnicí nazýváme takovou rovnici, v níž se neznámá $x \in \mathbb{R}$ vyskytuje v argumentu goniometrické funkce.

Rovnice upravujeme pomocí vzorců pro goniometrické funkce na jeden z následujících tvarů:

$$\sin x = a \text{ resp. } \cos x = a,$$

Rovnice $\sin x = a$ resp. $\cos x = a$,:

- nemá řešení, jestliže $a \notin \langle -1, 1 \rangle$
- má jeden kořen jestliže $a = -1$ nebo $a = 1$ a obor řešení je interval $\langle 0, 2\pi \rangle$
- má dva kořeny x_1, x_2 , jestliže $a \in (-1, 1)$ a obor řešení je interval $\langle 0, 2\pi \rangle$
- má nekonečně mnoho řešení, jestliže $a \in (-1, 1)$ a obore řešení v \mathbb{R}

Příklad:

Řešte v \mathbb{R} :

$$\sin(\pi/3 - 2x) = \sqrt{3}/2.$$

Řešení: zavedeme substituci $y = \pi/3 - 2x$.

$$\sin y = \sqrt{3}/2.$$

Kořeny v základním intervalu jsou

$$y_1 = \pi/3, y_2 = 2\pi/3.$$

Celkem $y \in \{\pi/3 + 2k\pi, 2\pi/3 + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$. Nyní se vrátíme k původní neznámé: $x = (\pi/3 - y)/2$, tedy $x \in \{k\pi, -\pi/6 - k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.

Příklad:

Řešte v \mathbb{R} :

$$\cos^2 x - \sin^2 x + \cos x = 0.$$

Řešení: nejprve nahradíme $\sin^2 x$ výrazem $1 - \cos^2 x$:

$$\cos^2 x - 1 + \cos^2 x + \cos x = 0.$$

Dostaneme kvadratickou rovnici

$$2\cos^2 x + \cos x - 1 = 0.$$

zavedeme substituci $y = \cos x$.

$$2y^2 + y - 1 = 0$$

Kořeny jsou

$$y_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{1+8}}{4},$$

tedy $y_1 = -1$, $y_2 = 1/2$. Vrátime se k původní neznámé. Nejprve pro $y_1 = -1$ dostaneme rovnici $\cos x = -1$, tedy

$x_1 \in \{\pi + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$ Pro $y_2 = 1/2$ dostaneme rovnici

Přehled nejdůležitějších vzorečků pro úpravu goniometrických rovnic

- $\sin^2(x) + \cos^2(x) = 1,$
- $\sin(x_1 \pm x_2) = \sin(x_1) \cdot \cos(x_2) \pm \sin(x_2) \cdot \cos(x_1),$
- $\cos(x_1 \pm x_2) = \cos(x_1) \cdot \cos(x_2) \pm \sin(x_1) \cdot \sin(x_2),$
- $\sin(2x) = 2 \cdot \sin(x) \cdot \cos(x),$
- $\cos(2x) = \cos^2(x) - \sin^2(x),$
- $\cos^2(x) = \frac{1 + \cos(2x)}{2},$
- $\sin^2(x) = \frac{1 - \cos(2x)}{2}.$

Rovnice s absolutní hodnotou

Řešte rovnici pro $x \in \mathbb{R}$.

$$|x + 1| + 2|x - 3| - 3|x - 5| - x = 0.$$

Nulové body výrazů v absolutních hodnotách jsou -1 , 3 , 5 . Reálnou osu si pro další výpočty rozdělíme na intervaly $(-\infty, -1)$, $\langle -1, 3 \rangle$, $\langle 3, 5 \rangle$, $\langle 5, \infty \rangle$. Uveďme si tabulku s přehledem znamének výrazů v těchto intervalech.

	$(-\infty, -1)$	$\langle -1, 3 \rangle$	$\langle 3, 5 \rangle$	$\langle 5, \infty \rangle$
$x + 1$	-	+	+	+
$x - 3$	-	-	+	+
$x - 5$	-	-	-	+

Řešme rovnici na intervalu $I_1 = (-\infty, -1)$. Dostaneme tvar

$$-x - 1 + 2(-x + 3) - 3(-x + 5) - x = 0,$$

tedy $-x - 10 = 0$, $x_1 = -10$. Protože $x_1 \in I_1$, je též kořenem původní rovnice. Řešme rovnici na intervalu $I_2 = \langle -1, 3 \rangle$.

Dostaneme tvar

$$x + 1 + 2(-x + 3) - 3(-x + 5) - x = 0,$$

tedy $x - 8 = 0$, $x_2 = 8$. Protože $x_2 \notin I_2$, není kořenem původní rovnice. Řešme rovnici na intervalu $I_3 = \langle 3, 5 \rangle$. Dostaneme tvar

$$x + 1 + 2(x - 3) - 3(-x + 5) - x = 0,$$

tedy $5x - 20 = 0$, $x_3 = 4$. Protože $x_3 \in I_3$, je též kořenem původní rovnice. Řešme rovnici na intervalu $I_4 = \langle 5, \infty \rangle$. Dostaneme tvar

$$x + 1 + 2(x - 3) - 3(x - 5) - x = 0,$$

tedy $-x + 10 = 0$, $x_4 = 10$. Protože $x_4 \in I_4$, je též kořenem původní rovnice.

Celkem jsme získali řešení $K = \{-10, 4, 10\}$.

Zavedení **pojmu nerovnice**:

Jsou dány dva výrazy $L(x)$ a $P(x)$ s proměnnou x . Mají se určit hodnoty této proměnné z oboru M , pro něž platí

$$L(x) < P(x), \text{ resp. } L(x) > P(x)$$

nebo

$$L(x) \leq P(x), \text{ resp. } L(x) \geq P(x).$$

Zápis úlohy v některém z uvedených tvarů se nazývá nerovnice. Zavádí se obdobná terminologie jako u rovnic.

Příklad:

V \mathbb{R} řešte nerovnici

$$\frac{x+1}{x+2} - \frac{4-x}{1-x} \leq 0$$

Řešení:

Sečteme výrazy vlevo:

$$\frac{(x+1)(x-1) - (4-x)(x+2)}{(x+2)(x-1)} \leq 0$$

$$\frac{-2x-7}{(x+2)(x-1)} \leq 0$$

Najdeme kořeny čitatele: $-2x - 7 = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{7}{2}$.

Najdeme kořeny jmenovatele: $(x + 2)(x - 1) = 0 \Leftrightarrow x_1 = -2$ a $x_2 = 1$.

Nalezené body nám rozdělí reálnou osu na dílčí intervaly:

$$I_1 = (-\infty, -3, 5), I_2 = (-3, 5, -2), I_3 = (-2, 1), I_4 = (1, \infty),$$

Přehled znamének jednotlivých činitelů na částečných intervalech je uveden v tabulce.

	$(-\infty, -3, 5)$	$(-3, 5, -2)$	$(-2, 1)$	$(1, \infty)$
$-2x - 7$	+	-	-	-
$x + 2$	-	-	+	+
$x - 1$	+	+	+	-

Z tabulky je zřejmé, že řešením je jsou intervaly $(-\infty, -3, 5) \cup (-2, 1)$

Nerovnice s absolutní hodnotou

V \mathbb{R} řešte nerovnici

$$2x - 1 < |x - 2|. \quad (1)$$

Řešení: Řešení rozdělme do dvou částí

$\alpha)$ Necht' $x - 2 \geq 0$. Potom $|x - 2| = x - 2$. Dále je $x \geq 2$. Tedy řešíme nerovnici:

$$2x - 1 < x - 2$$

řešením je $x < -1$, ovšem neexistuje $x < -1$ a zároveň $x \geq 2$.

$\beta)$ Necht' $x - 2 < 0$. Potom $|x - 2| = -x + 2$. Dále je $x < 2$. Tedy řešíme nerovnici:

$$2x - 1 < -x + 2$$

řešením je $x < 1$, průnik intervalů $x < 1$ a $x < 2$, tj. Nerovnici splňují všechna $x \in (-\infty, 1)$.

Příklad:

Řešte nerovnici

$$x + 3 < \sqrt{x + 33}$$

Definiční obor rovnice jsou všechna $x \in \langle -33, \infty \rangle$. Jestliže jsou obě strany rovnice nezáporné můžeme umocnit na druhou. To platí pro $x \geq -3$. Úlohu dělíme na dvě části

- pro interval $x \in \langle -33, -3 \rangle$ platí, že levá strana je záporná a pravá nezáporná, tedy nerovnice je splněna, pro všechna $x \in \langle -33, -3 \rangle$, tj. $K_1 = \langle -33, -3 \rangle$
- pro interval $x \in \langle -3, \infty \rangle$ jsou obě strany nerovnice nezáporné, proto umocníme:

$$(x + 3)^2 < x + 33$$

$$x^2 + 6x + 9 < x + 33$$

$$x^2 + 5x - 24 < 0$$

$$(x + 8)(x - 3) < 0$$

Řešením je interval $(-8, 3)$, tedy $K_2 = \langle -3, \infty) \cap (-8, 3) = \langle -3, 3)$

Sjednocením výsledků z bodu a) a bodu b) dostáváme závěr:

$$K = K_1 \cup K_2 = \langle -33, -3).$$

Příklad:

Řešte nerovnici

$$\log_2 \log_3 \log_{0,5} x > 0$$

Řešení získáme postupným odlogaritmováním:

$$2^{\log_2 \log_3 \log_{0,5} x} > 2^0$$

$$\log_3 \log_{0,5} x > 1$$

Znaménko nerovnosti jsme neotáčeli, protože základ je větší než 1.
Pokračujeme v odlogaritmování:

$$3^{\log_3 \log_{0,5} x} > 3^1$$

$$\log_{0,5} x > 3$$

Pokračujeme v odlogaritmování, tentokrát budeme nerovnost otáčet protože základ logaritmu je menší než 1.

$$(0,5)^{6 \log_{0,5} x} < (0,5)^3$$
$$x < 1/8$$

Zbývá ověřit pro jaká x je levá strana nerovnice definovaná - argumenty všech logaritmů musí být kladné. Tedy $x > 0$ navíc $\log_{(0,5)} x > 0$ a $\log_3 \log_{(0,5)} x > 0$. Tyto podmínky jsou splněny vyplývá to z postupu řešení.

Závěr: všechna x z intervalu $(0, 1/8)$ splňují nerovnici výše.