

# MPE\_VPAM: Příklady k 1. cvičení

## Matematické

1. Pro následující funkci  $f(x)$  vyšetřete: Definiční obor, sudost/lichost, ohraničenost, monotónnost a vykreslete graf funkce.

- $f(x) = x(x^2 + 1)^{-1}$
- $f(x) = (1 - x^2)(x^2 + 1)^{-1}$
- $f(x) = (1 + x)(x^2 + 1)^{-1}$

2. Rozložte polynom  $P$  na součin kořenových činitelů v reálném oboru a určete znaménko hodnot  $P$  na jednotlivých intervalech

- $P(x) = x^4 - 2x^3 + 2x^2 - 2x + 1$
- $P(x) = x^4 - x^2$
- $P(x) = x^5 + 2x^3 + x$

3. Určete rozklad na parciální zlomky pro racionální lomenou funkci  $R$

- $R(x) = \frac{9x^3 - 4x + 1}{x^4 - x^2}$
- $R(x) = \frac{x^3 - 4x^2 + x - 2}{x^4 - 2x^3 + 2x^2 - 2x + 1}$
- $R(x) = \frac{x^4 - x^3 + 3x^2 - x + 1}{x^5 + 2x^3 + x}$

4. Vypočtěte limity:

- $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{\sqrt{x+6}+4}{1-x}$ ,  $\lim_{x \rightarrow \infty} (x^2 - x^3 + x - 5)$ ,  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^2+16}-4}{\sqrt{x^2+9}-3}$ ,  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2-10x+16}{x^2-3x+2}$ ,

5. Vypočtěte derivace funkcí  $f(x)$ ,  $g(x)$  a  $h(x)$

- $f(x) = (2x^2 + 4x + 9)$ ,  $g(x) = \frac{x^2}{x^4+1}$ ,  $h(x) = \sin 3e^{x^2}$

6. Vyšetřete průběh funkce  $f(x)$ :

- $f(x) = x^4 - 6x^2 + 5$
- $f(x) = x(x^2 + 1)^{-1}$

7. Napište Taylorův polynom stupně  $n$  pro následující funkce v bodě  $x_0$  a určete maximální chybu aproximace:

- $f(x) = x^2 + 1$  pro  $x_0 = 1$  a  $n = 3$
- $f(x) = \arctg(x)$  pro  $x_0 = 1$  a  $n = 2$
- $f(x) = x \ln(x)$  pro  $x_0 = 1$  a  $n = 4$

## Ekonomické

1. Mějme funkci celkových nákladů  $TC(y) = y^2 + 10y + 25$ , ukažte že:
  - (a) MC je menší než AC, když AC klesá
  - (b) MC=AC v bodě, v minimu křivky AC
  - (c) MC je vyšší než AC, když AC roste
2. Předpokládejme lineární funkci poptávky monopolu zapsanou v inverzní podobě  $p(q) = 40 - 2q$ . Jak bude vypadat funkce mezního příjmu? Jaká bude cena a mezní příjem, pokud se firma rozhodne vyrábět 5 kusů svých výrobků? Zakreslete.
3. Nalezněte elasticitu poptávky pro funkci poptávky  $y = 50 - 2p$  a nastavenou cenu  $p = 5$ . Jakou musíme nastavit cenu, aby elasticita poptávky byla menší/větší než 1.
4. Nakladatelství platí autorovi knihy 15 % z prodeje. Poptávka po knihách je vyjádřena rovnicí  $x = 200 - 5p$ . Náklady na produkci popisuje rovnice  $C = 10 + 2x + x^2$ . Najděte optimální množství prodaných knih tak aby byl spokojen nakladatel i autor.
5. Ukažte, že produkční funkce  $f(x) = -\frac{2}{3}x^3 + 10x^2 + 5x$  má konvexní i konkávní část.
6. Uvažme výstup  $y$ , který je získán zpracováním jediného vstupu  $x$ . Ukažte, že pokud máme produkční funkci  $y = x^{1/3}$ ,  $x > 0$ , pak je funkce nákladů  $C(y)$  konvexní když je produkční funkce konkávní.