MPE_VPAM: Příklady k 11. cvičení

Intertemporální (mezičasová) optimalizace domácností

Uvažujte kouzelnickou domácnost Nicolase Flamela, která žije dvě období a její užitková funkce je

$$\ln(c_1) + \ln(c_2)$$

Její důchod v těchto dvou obdobích je $y_1 = 10$ a $y_2 = 30$. Předpokládejme, že úroková míra je dána exogenně a je konstatní a rovna 0.

1. Napište mezičasové rozpočtové omezení
2. Vypočítejte optimální spotřebu (c_1, c_2)
3. Předpokládejte, že domácnost si nemůže půjčovat a ani nemůže spořit. Jaká bude optimální spotřeba nyní?
4. Uvažujme, že mají Flamelovi děti, které začnou spotřebovávat až po smrti rodičů. Každý žije dvě období. Děti mají užitkovou funkci

   $$\ln(c_3) + \ln(c_4)$$

   a rodiče mají užitkovou funkci

   $$\ln(c_1) + \ln(c_2) + v(b)$$

   kde b je děditctví (bequest) zanechané dětem a $v(b)$ je maximální užitek dětí, které mohou získat při daném dědictví b. Důchod rodičů je $(y_1, y_2) = (10; 40)$ a důchod dětí je $(y_3, y_4) = (20; 10)$

   Vyřeště maximalizační problém dětí, abyste získaly $v(b)$, tj vyřešte

   $$v(b) = \max \{\ln(c_3) + \ln(c_4)\}$$

   vzhledem k

   $$c_3 + c_4 = y_3 + y_4 + b.$$

5. Použijte svou odpověď z předchozí otázky k vyřešení maximalizačního problému rodičů. (Dědictví může být i záporné).
6. Nyní uvažujte, že vláda vybere daně v období 2 ve výši 30 a rozdělí je paušálně v období 3. Jaká je optimální výše dědictví a výše spotřeby nyní?
7. Opět předpokládáme možnost půjčování. Nyní předpokládejme, že Nicolas vymyslí lektvar dlouhověkosti, což jeho domácnosti umožní žít o dvě období déle (děti neuvažujeme). Důchod v těchto dvou obdobích je $y_1 = 10$, $y_2 = 40$, $y_3 = 20$ a $y_4 = 10$. Jak budou nyní vypadat odpovědi na (1)-(3).
8. Jak by se změnilo rozhodování Nicolasovy domácnosti, pokud by vynalezl kámen mudrců. Uvažujte, že Nikolas až pozdě zjistí, že užití kamene mudrců způsobuje impotenci.

Intratemporální optimalizace domácností

Toto cvičení vychází z modelu uvedeném ve Williamsonovi, kapitola 1.1 (statická optimalizace). Uvažujeme speciální případ užitkové funkce reprezentativního spotřebitele (domácnosti)

$$U = \ln(c) + \mu \ln(\ell) \tag{1}$$

kde c je spotřeba a ℓ je volný čas (leisure), μ je parametr (váha volného času v užitkové funkci), $\mu > 0$.
Produkční funkce reprezentativní firmy je

$$y = zk^{\alpha}n^{1-\alpha} \tag{2}$$

kde $\alpha \in (0, 1)$ jsou konstatní parametry. Pro jednoduchost je počet spotřebitelů a firem roven jedné.

(a) Nejprve se podíváme na chování spotřebitele. Rozpočtové omezení je

$$c = w(1 - \ell) + y_0$$

kde, $y_0 = r\bar{k}$ je důchod z počátečního vybavení kapitálem a $1 - \ell = n$ je nabídka práce.

Odvoďte podmínku prvního řádu pro maximalizaci užitku. Použijte ji k zodpovězení otázky, jak je poměr mezi spotřebou a volným časem (c/ℓ) ovlivněn

(i) růstem mzdové sazby o 10 procent?

(ii) růstem původního kapitálového příjmu y_0 o 10 procent?

Vypočítejte nabídku práce a poptávku po spotřebě jako funkce w a y_0. Spočítejte elasticitu nabídky práce. Jak závisí na y_0?

(b) Napište podmínky maximalizace zisku pro chování firmy. Ukažte, že z nich vyplývá, že podíl prácovního důchodu na výstupu (wn/y) je roven $1 - \alpha$.

(c) V rovnováze se musí mezní míra substituce mezi spotřebou a volným časem rovnat mezní míře transformace.

(i) Ukažte, že tato podmínka je stejná jako

$$\frac{\mu c}{\ell} = (1 - \alpha)z \left(\frac{k}{1 - \ell}\right)^{\alpha} \tag{3}$$

hint: $k = \bar{k}$ a $n = (1 - \ell)$ (mezní míra transformace je zde rovna meznímu produktu práce).

(ii) V rovnováze musí také platit rovnice produkční funkce. Použijte tyto dvě rovnice (2 a 3) společně s podmínku vyčištujících se trhů $c = y$ k vyřešení ℓ a c (jako funkce parametrů, případně kapitálu k).

(d) V předchozí otázce jsme zjistili, že rovnávážná hodnota ℓ je nezávislá na z ani k. Vysvětlete a graficky ilustrujte reakci na růst produktivity (mzdy). Hint: důchodový a substituční effekt.

(e)* Nyní zavedem do modelu vládní spotřebu g. Vládní spotřeba vstupuje do užitkové funkce aditivně ($U = u(c,\ell) + v(g)$). Předpokládejte, že vláda stanovuje výdaje g jako podíl γ z výstupu a financuje je paušálními daněmi od spotřebitelů, tj. $t = g = \gamma y$. To zároveň znamená, že $y_0 = r\bar{k} - t$. Vysvětlete, proč je v rovnováze mezní míra substituce rovna mezní míře transformace stejně jako v problému (c), akorát místo $c = y$ nyní máme $c = (1-\gamma)y$. Ukažte, že tato změna vede ke změně rovnvovážného množství volného času na

$$\ell = \frac{\mu(1-\gamma)}{(1-\alpha) + \mu(1-\gamma)}$$

Povede nyní větší vládní sektor k zvýšení nebo ke snížení nabídky práce? Proč?

Některá řešení intratemporální optimalizace domácností

(a)

$$\frac{\mu c}{\ell} = w$$

Volný čas:

$$\ell = \frac{\mu}{1+\mu}\left(1 + \frac{y_0}{w}\right)$$

Spotřeba:

$$c = \frac{1}{1+\mu}\left(w + y_0\right)$$

Nabídka práce:

$$1 - \ell = \frac{1}{1+\mu}\left(1 - \mu\frac{y_0}{w}\right)$$

(c) Volný čas:

$$\ell = \frac{\mu}{1-\alpha+\mu}$$

Spotřeba:

$$c = zk^{\alpha}\left(\frac{1-\alpha}{1-\alpha+\mu}\right)^{1-\alpha}$$