MPE_VPAM: Příklady 2. cv. - Taylorův polynom

Teorie

Taylorův polynom se používá jako polynomická aproximace funkce. Uvažujme funkci f jedné proměnné x, která má derivace všech řádů. Potom podle Taylorovy věty můžeme tuto funkci rozvinout do Taylorova řádu v okolí bodu x_0, tj. platí

$$f(x) = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0) + \frac{f''(x_0)}{2!}(x - x_0)^2 + \cdots = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{f^{(k)}(x_0)}{k!}(x - x_0)^k. \tag{1}$$

Pokud je f dostatečně hladká, potom budou derivace vyšších řádů blízké nule (zanedbatelné), a proto

$$f(x) \approx f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0).$$

Matematické příklady

1. Napište Taylorův polynom stupně n pro následující funkce v bodě x_0:

   - $f(x) = x^2 + 1$ pro $x_0 = 1$ a $n = 3$
   - $f(x) = arctg(x)$ pro $x_0 = 1$ a $n = 2$
   - $f(x) = xln(x)$ pro $x_0 = 1$ a $n = 4$

2. Log-linearizujte rovnici $f(x) = \frac{h(x)}{g(x)}$ kolem bodu $x_0 = x^*$, využijte při tom taylorův polynom prvního řádu.

Ekonomické aplikace

1. Log-linearizujte ekonomické rovnice okolo steady statových hodnot, víte-li že hodnoty steady statu značíme * tzn $x_0 = x^*$:

   - Produkční funkce: $y = a_t l_t^{1-\alpha} k_t^{\alpha}$
   - Účetní identita: $y = c + i$
   - Eulerova rovnice: $\left(\frac{c_{t+1}}{c_t}\right)^{\sigma} = \beta(1 + r_t)$