

## MPE\_VPAM: Příklady 3. cv.

### Neurčitý integrál:

1. Vypočtěte:

- $\int 3x^5 dx$ ,  $\int 1/x dx$ ,  $\int \frac{x^2\sqrt{x}}{x^5} dx$
- $\int (x^5 + x^4 + x^2 - x) dx$ ,  $\int \left(\frac{4-x^3}{x}\right)^2 dx$

2. Vypočtěte pomocí per-partes/substituce:

- $\int (2x - 5)^7 dx$ ,  $\int 10x(x^2 + 13)^{12} dx$ ,  $\int \frac{\ln^2 x}{x} dx$
- $\int x^2 \ln x dx$ ,  $\int e^x * \sin x dx$

### Určitý integrál:

1. Vypočtěte:

- $\int_0^1 -x^3 dx$ ,  $\int_1^8 \frac{dx}{\sqrt[3]{x^4}}$
- $\int_{-3}^3 (4x^3 - x^2 + 2x - 5) dx$ ,  $\int_0^1 \frac{x}{(x^2+1)^2} dx$

### Aplikace integrálu:

1. Náhodný vektor  $(X_1, X_2)'$  má hustotu zadanou jako:

$$f(x_1, x_2) = \begin{cases} 4x_1x_2 & \text{pro } 0 \leq x_1 \leq a, 0 \leq x_2 \leq a \text{ a } a > 0 \\ 0 & \text{jinak.} \end{cases}$$

Stanovte:

- (a) Konstantu  $a$ , tak aby  $f(x_1, x_2)$  byla hustotou pravděpodobnosti.
  - (b) Obě marginální hustoty.
  - (c) Zda jsou náhodné veličiny  $X_1, X_2$  stochasticky nezávislé.
2. Nalezněte marginální posteriorní hustotu  $p(\beta|y)$  normálního regresního modelu s přirozeně konjugovaným priorem. Využijte skutečnost, že  $p(\beta|y) = \int p(\beta, h|y) dh$ . Ukažte, že marginální hustota pravděpodobnosti odpovídá t-rozdělení.