

## 8. seminář:

### Vícekriteriální programování

**Příklad 1:** Najděte graficky dílčí optimální řešení pro úlohu VLP:

$$z_1 = 2x_1 - x_2 \rightarrow \max,$$

$$z_2 = x_2 \rightarrow \max,$$

na množině  $X$  určené podmínkami

$$2x_1 + x_2 \leq 18,$$

$$x_1 + 2x_2 \leq 12,$$

$$-x_1 + x_2 \leq 3,$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

Sestrojte agregovanou účelovou funkci  $z = v_1 \cdot z_1 + v_2 \cdot z_2$  pro váhy  $v_1, v_2 \geq 0$ ,  $v_1 + v_2 = 1$ . Popište řešení optimalizačních úloh  $z \rightarrow \max_{x \in X}$  v závislosti na parametrech  $v_1, v_2$ .

**Příklad 2:** Uvažujme nutriční problém sestavení denního jídelníčku pro 100 osob, přičemž k dispozici máme 9 druhů základních potravin. Složení potravin z hlediska důležitých výživových komponent a jejich ceny (vše přepočteno na 100g potraviny), viz tabulka:

	energ. [kJ]	bílk. [g]	Fe [mg]	vit. A [jed]	vit. C [mg]	chol [mg]	cena [Kč]
maso vepř.	1200	18,4	3,1	20	0	83	12
máslo	3000	0,6	0,2	2500	0	120	11,2
chleba	1160	7,2	0,8	0	0	1	1,5
brambory	300	1,6	0,6	40	10	0	1,2
jablka	240	0	0,5	60	2	0	1,5
eidam	1260	31,2	0,6	1100	0	71	10,6
kuře	650	20,2	1,5	0	0	57	6
jogurt	450	7	0,2	260	0	11	4,5
jahody	150	0	0,8	60	60	0	12

Nutriční odborníci stanovili, že denní dávka výživy pro dospělého by měla obsahovat minimálně 80 g bílkovin, 15mg železa, 6000 jednotek vitamínu A a 200 mg vitamínu C. Pro zajištění celodenního stravování pro 100 osob máme sestavit

optimální skladbu jídelníčku při respektování doporučení nutričních expertů a současně s co nejvyšší energetickou hodnotou, co nejmenším obsahem cholesterolu a za co nejméně peněz, přitom máme k dispozici maximálně 40 kg každé potraviny.

- a) Najděte dílčí optimální řešení.
- b) Převed'te postupně kritéria "cholesterol a energie" na omezení s přípuštěním 10 procentní odchylky od optimální hodnoty
- c) Převed'te současně kritéria "cholesterol a energie" na omezení s přípuštěním 10 procentní odchylky od optimální hodnoty

### **Příklad 3:**

Uvažujte následující úlohu vícekriteriálního lineárního programování:

$$z_1 = 3x_1 + 2x_2 + 10 \rightarrow \max$$

$$z_2 = x_1 - 4x_2 + 10 \rightarrow \max$$

Za omezení

$$4x_1 + 2x_2 \leq 20$$

$$x_1 + 3x_2 \leq 12$$

$$x_j \geq 0, j = 1, 2$$

Ověřte, že úloha nemá optimální řešení a nalezněte kompromisní řešení podle minimální komponenty. Výpočty v simplexové tabulce provádějte ručně.

**Příklad 4:** Uvažujte následující úlohu vícekriteriálního programování:

$$z_1 = 12x_1 + 6x_2 + 8x_3 \rightarrow \max$$

$$z_2 = 10x_1 + 20x_2 + 5x_3 \rightarrow \max$$

za omezení

$$4x_1 + 2x_2 + 5x_3 \leq 96$$

$$3x_1 + 6x_2 + x_3 \leq 84$$

$$x_j \geq 0, j = 1, 2, 3$$

Nalezněte kompromisní řešení metodou cílového programování přiblížením zdola k cílovým hodnotám 360 pro první účelovou funkci a 320 pro druhou.

- Uvažujte pro obě účelové funkce stejné váhy.
- Uvažujte váhový vektor  $v = (0,1; 0,9)$ .