

MUNI
ECON

LOGIKA

Mgr. Jan Štěpánek
Mgr. et Mgr. Tomáš Ondráček

Na předchozích *Základech filozofie...*

- Filozofie jako láska k moudrosti.
- Filozofie se dělí na:
 - ontologii
 - epistemologii
 - etiku
- Vznik filozofie s přechodem od mýtu k logu.

Obsah

Uvedení do logiky

Co je logika?

Jaké logiky existují?

Výroková logika

Základní logické operátory

Ověřování platnosti úsudků

Vybraná usuzovací schémata VL

Predikátová logika

Logický čtverec

Sylogismy

Zkoumání jazyka

- Syntax
 - zkoumá pouze znaky jako takové (např. jejich řetězení ve znaky složené)
- Sémantika
 - zkoumá vztahy znaků a jejich významů
- Pragmatika
 - zkoumá řečové akty uživatelů daného jazykového systému s ohledem k jejich záměrům, kontextu výpovědi atp.

Co je logika?

Logika

Nauka o vyplývání.

Vyplývání

Závěr Z *vyplývá* z premis P_1, P_2, \dots, P_n právě tehdy, když Z je pravdivý za všech okolností, za nichž jsou pravdivé rovněž premisy P_1, P_2, \dots, P_n .

- Nesmí tedy nastat situace, kdy máte pravdivé premisy a nepravdivý závěr.

Argumenty: vymezení

Argument

Argument je tvořen alespoň dvěma tvrzeními, přičemž účelem jednoho (premisy) je podpořit platnost druhého (závěru).

Argumenty: dělení

- Deduktivní
 - Ve formálně správném argumentu závěr nutně plyne z premis.
- Induktivní
 - Je zde pravděpodobná souvislost mezi premisami a závěrem.
 - *Je možné*, že premisy budou pravdivé, ale závěr nepravdivý.
- ...

- V deduktivních argumentech jde o vztah *vyplývání*, který studuje právě logika.

Výroková logika

- Jednoduchý logický systém, na jehož základě jsou budovány ostatní logické systémy.
- Nabízí pouze velmi hrubé možnosti analýzy jazyka.
- Pracuje pouze s výroky.

Výrok

Věta u níž má smysl se ptát, zda je pravdivá, či nepravdivá.

- Výroky nejsou např. věty rozkazovací, přací a tázací.

Predikátová logika

- Nabízí jemnější možnosti analýzy jazyka.
- Umí pracovat s predikáty a relacemi.
- Kvantifikátory umožňují analýzu obecných a částečných tvrzení.

Logika a pravdivostní hodnoty

- Klasická výroková a predikátová logika jsou dvouhodnotové systémy.

Princip dvouhodnotovosti/bivalence

Každý výrok je buď pravdivý, nebo nepravdivý.

- Valuace je totální funkce.
 - Veškeré výroky mají právě jednu z pravdivostních hodnot.

Pravdivostní hodnoty

Pravdivostní hodnoty jsou Pravda a Nepravda (True a False), zkracují se jako P a N (popř. T a F), často se používá numerické označení 1 a 0.

- Mnohé logické systémy ale *princip dvouhodnotovosti* neuznávají.

Kompozicionalita

Princip kompozicionality

Pravdivostní hodnota složeného výroku je jednoznačně určena pravdivostními hodnotami jeho složek.

- Pravdivostní hodnotu složeného výzoku určují pravdivostní hodnoty dílčích výroků a sémantika spojek, jež je spojují.

Kompozicionalita – důsledek

- Pro každý výrok lze sestavit úplnou tabulku pravdivostních hodnot.

p	\rightarrow	$(q$	\vee	\neg	$r)$
1	1	1	1	0	1
1	1	1	1	1	0
1	0	0	0	0	1
1	1	0	1	1	0
0	1	1	1	0	1
0	1	1	1	1	0
0	1	0	0	0	1
0	1	0	1	1	0

Parcialita, *gaps* & *gluts*

- Valuace je parciální funkce.
 - Ne každý výrok má přiřazenu pravdivostní hodnotu.
 - Některé výroky nemají pravdivostní hodnotu a nelze je proto analyzovat.
- V případě některých vět máme pravdivostní mezery (*truth value gaps*).
- Oproti tomu jiní zastávají názor, že některé věty mají obě pravdivostní hodnoty zároveň (*truth value gluts*).
 - Existují pravdivé kontradikce – *dialetheie*.

Vícehodnotové logiky

- Zavedení dalších pravdivostních hodnot.
- Náčrt trojhodnotové logiky u Charlese Sanderse Peirce.
- Rozvoj vícehodnotových logik v rámci Lvovsko-varšavské školy (Jan Łukasiewicz).
- Trojhodnotové logiky, čtyřhodnotové logiky, ...
- Fuzzy logiky.

Další logické systémy

Modální logiky

Obohacení o operátory možnosti (\diamond) a nutnosti (\square).

Epistemické a doxastické logiky

Obohacení o operátor znalosti, resp. domnívání se.

Temporální logiky

Obohacení o temporální faktor.

Erøtické logiky

Možnost analýzy otázek.

Deontické logiky

Možnost analýzy závazků.

⋮

Negace

Negace (\neg , „ne“)

\neg	p
0	1
1	0

- Negace obrací pravdivostní hodnotu (složeného) výroku.
- Předpoa „ne-“ spjatá se slovesem, např. „*Není pravda, že...*“.
- Příklady vět:
 - Neprší.

Binární pravdivostní funkce

Binární pravdivostní funkce

	f_1^2 T	f_2^2 ∨	f_3^2 ←	f_4^2	f_5^2 →	f_6^2	f_7^2 ↔	f_8^2 ∧
$\langle 1, 1 \rangle$	1	1	1	1	1	1	1	1
$\langle 1, 0 \rangle$	1	1	1	1	0	0	0	0
$\langle 0, 1 \rangle$	1	1	0	0	1	1	0	0
$\langle 0, 0 \rangle$	1	0	1	0	1	0	1	0

	f_9^2 ↑	f_{10}^2 ∨	f_{11}^{20}	f_{12}^2 ↗	f_{13}^2	f_{14}^2	f_{15}^2 ↓	f_{16}^2 K
$\langle 1, 1 \rangle$	0	0	0	0	0	0	0	0
$\langle 1, 0 \rangle$	1	1	1	1	0	0	0	0
$\langle 0, 1 \rangle$	1	1	0	0	1	1	0	0
$\langle 0, 0 \rangle$	1	0	1	0	1	0	1	0

Konjunkce

Konjunkce (\wedge , „a“)

p	\wedge	q
1	1	1
1	0	0
0	0	1
0	0	0

- Konjunkce je pravdivá tehdy, když jsou pravdivé oba výroky (tzv. *konjunkt*), jež spojuje.
- Typicky spojka „a“, ale i „příčemž“, „kdežto“, „ale“, „jenže“,...
- Příklady vět:
 - V Brně prší a je zima.

Disjunkce

Disjunkce (\vee , „nebo“)

p	\vee	q
1	1	1
1	1	0
0	1	1
0	0	0

- (Slučovací) disjunkce je pravdivá tehdy, když je pravdivý alespoň jeden z výroků (tzv. *disjunktů*) jí spojených .
- Pojí se s výrazem „*nebo*“, případně „*či*“.
- Příklady vět:
 - Petr si chce koupit auto nebo motorku.

Vylučovací disjunkce

Vylučovací disjunkce ($\vee\vee$, $\underline{\vee}$, „bud’to, anebo“)

p	$\underline{\vee}$	q
1	0	1
1	1	0
0	1	1
0	0	0

- Je pravdivá pouze v případě, že je pravdivý *právě jeden* z disjunktů.
- Často se pojí s výrazem „bud’ ..., anebo ...“.
- Od slučovací disjunkce se dá odlišit i použitím čárky před „nebo“.
- Příklady vět:
 - Petr si koupí auto, nebo motorku.

Implikace

Implikace (\rightarrow , „jestliže, pak“)

p	\rightarrow	q
1	1	1
1	0	0
0	1	1
0	1	0

- Implikace je nepravdivá jen tehdy, když je její první člen (*antecedent*) pravdivý a druhý člen (*konsekvent*) nepravdivý.
- Vyjadřována výrazy „*jestliže ... , pak ...*“, „*když ... , tak ...*“ apod.
- Příklady vět:
 - Jestliže bude pršet, tak si vezmu deštník.

Ekvivalence

Ekvivalence (\leftrightarrow , „právě tehdy, když“)

p	\leftrightarrow	q
1	1	1
1	0	0
0	0	1
0	1	0

- Jde o implikaci oběma směry.
- Ekvivalence je pravdivá v případě, že oba její členy mají stejnou pravdivostní hodnotu.
- Obraty jako „...*právě tehdy, když* ...“, „...*tehdy a jen tehdy* ...“ atd.
- Příklady vět:
 - Do kina půjdeš jen tehdy, když si uděláš domácí úkol.

Ověřování platnosti úsudků metodou protipříkladu

- Jde o důkaz sporem.
- Cílem je zjistit, zda je logicky možné, aby byly premisy pravdivé a závěr nepravdivý.
 - Pokud se podaří nalézt takovou valuaci, úsudek není platný.

Příklad ověření platnosti úsudku metodou protipříkladu

$p_0 \rightarrow (q_1 \vee r_1)$	1
q_1	1
<hr/>	
$r_1 \rightarrow p_0$	0

Tautologie a kontradikce

Tautologie / logicky platná formule

Výrokově-logickou tautologií je formule, která nabývá hodnoty P při každém ohodnocení výrokových proměnných.

Kontradikce / nesplnitelná formule

Výrokově-logickou kontradikcí je formule, která nabývá hodnoty N při každém ohodnocení výrokových proměnných.

Vybrané tautologie a kontradikce

Zákon vyloučeného třetího

$$p \vee \neg p$$

Zákon sporu

$$\neg(p \wedge \neg p)$$

De Morganův zákon*

$$\neg(p \vee q) \leftrightarrow (\neg p \wedge \neg q)$$

Vybraná usuzovací schémata VL

Modus ponens

$$A \rightarrow B$$

$$A$$

$$B$$

Tvrzení konsekventu – neplatné usuzovací schéma!

$$A \rightarrow B$$

$$B$$

$$A$$

Vybraná usuzovací schémata

Modus tollens

$$A \rightarrow B$$

$$\neg B$$

$$\neg A$$

Popírání antecedentu – neplatné usuzovací schéma!

$$A \rightarrow B$$

$$\neg A$$

$$\neg B$$

Vybraná usuzovací schémata

Reductio ad absurdum

$$A \rightarrow B$$

$$A \rightarrow \neg B$$

$$\hline \neg A$$

Disjunktivní sylogismus

$$A \vee B$$

$$A \vee B$$

$$\neg A$$

nebo

$$\neg B$$

$$\hline B$$

$$\hline A$$

Predikátová logika

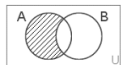
- Využívá stejné operátory jako výroková logika, ale obsahuje několik rozšíření.
- Kvantifikátory:
 - \forall – obecný kvantifikátor; „Všechna A jsou B “.
 - \exists – částečný kvantifikátor; „Některá A jsou B “.
- Zjemnění analýzy jazyka díky možnosti pracovat s *predikáty* (být filozof, být červený, být pes,...) a obecně s n -árnými *relacemi* (mít rád, být potomkem,...).

Kladné soudy

Obecný kladný soud

„Každé A je B.“

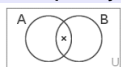
Žádné individuum nemá vlastnost A, aniž by mělo vlastnost B;
nezavazujeme se však k existenci nějakého A.



Částečný kladný soud

„Některá A jsou B.“

Alespoň jedno individuum má vlastnosti A i B.

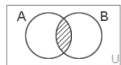


Záporné soudy

Obecný záporný soud

„Žádné A není B.“

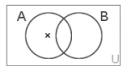
Žádný prvek A nenáleží zároveň do množiny B.



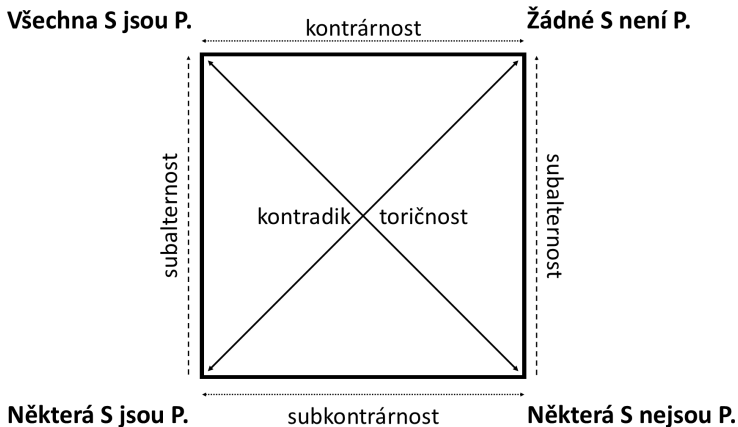
Částečný záporný soud

„Některá A nejsou B.“

Alespoň jedno individuum má vlastnost A, avšak nemá vlastnost B.



Logický čtverec



Vztahy výroků logického čtverce 1/2

Kontradiktornost (kontradikčnost, protikladnost)

- Negace daného výroku;
dané výroky mají opačnou pravdivostní hodnotu.
- Např.:
 - „Všechny labutě jsou bílé.“
 - „Některé labutě nejsou bílé.“

Subalternost (podřazenost)

- Lze přejít od a k i (nikoli však naopak),
lze přejít od e k o (nikoli však naopak),
čili a implikuje i a e implikuje o .
- Např.:
 - „Všechny labutě jsou bílé“
 - „Některé labutě jsou bílé“

Vztahy výroků logického čtverce 2/2

Kontrárnost (protiva)

- Výroky a a e nemohou být oba pravdivé, ovšem oba mohou být nepravdivé.
- Např.:
 - „Všechny labutě jsou bílé.“
 - „Žádné labutě nejsou bílé.“

Subkontrárnost (podprotiva)

- Výroky o a i nemohou být oba nepravdivé, ovšem oba mohou být pravdivé.
- Např.:
 - „Některé labutě jsou bílé.“
 - „Některé labutě nejsou bílé.“

Sylogismy

Kategorický sylogismus

Úsudek mající právě dvě premisy (*vyšší* a *nižší premisu*) a jeden závěr. Premisy a závěr jsou složeny právě a pouze ze *tří termínů*, tj. (obvykle monadických) predikátů:

- *subjektu S*
- *predikátu P*
- *středního* (či *mediálního*) *členu M*
– vyskytuje v obou premisách, avšak nikoli v závěru

M a P Všechny ryby umí plavat.

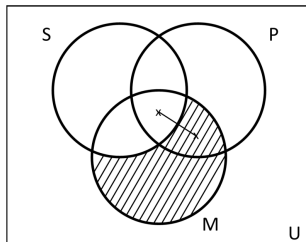
- S a M Všichni tuňáci jsou ryby.

S a P Všichni tuňáci umí plavat.

Ověřování platnosti sylogismů pomocí Vennových diagramů

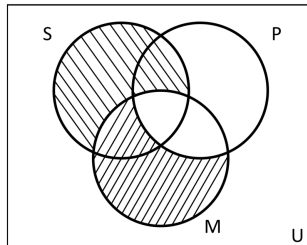
Některá M jsou P.
Žádné M není S.

Některá S jsou P.



Všechna M jsou P.
Všechna S jsou M.

Některá S jsou P.



Základní pravidla pro určení platnosti sylogismů

- Ze dvou částečných soudů nic neplyne.
 - Alespoň jedna premisa musí být obecná.
- Ze dvou záporných soudů nic neplyne.
 - Alespoň jedna premisa musí být kladná.
- Když jsou obě premisy obecné, závěr nemůže být částečný.
- Je-li jedna premisa záporná, tak je i závěr záporný.
- Je-li jedna premisa částečná, tak je i závěr částečný.

Shrnutí

- Logika je nauka o vyplývání.
 - Závěr vyplývá z premis tehdy, když nemůže nastat situace, aby premisy byly pravdivé a závěr nepravdivý.
- Negace obrací pravdivostní hodnotu výroku.
- Konjunkce je pravdivá jen tehdy, když jsou pravdivé oba dva konjunktivy.
- Disjunkce je pravdivá jen tehdy, když je pravdivý alespoň jeden z disjunktů.
- Implikace je nepravdivá jen v případě, kdy je antecedent pravdivý a konsekvent nepravdivý.
- Ekvivalence je pravdivá tehdy, když mají oba její členy stejnou pravdivostní hodnotu.

Shrnutí

- Formální platnost argumentu lze ověřit metodou protipříkladu.
 - Pokud je možné modelovat situaci, v níž jsou premisy pravdivé, ale závěr nepravdivý, argument je formálně neplatný.
- Negací obecného kladného výroku je částečný záporný výrok a naopak.
- Negací obecného záporného výroku je částečný kladný výrok a naopak.
- K ověřování platnosti sylogismů lze použít Venovy diagramy.

Bibliografie

Použitá a doporučená literatura

- [1] Raclavský, J. *Úvod do logiky: klasická výroková logika*. Brno: Masarykova univerzita, 2015.
- [2] Raclavský, J. *Úvod do logiky: klasická predikátová logika*. Brno: Masarykova univerzita, 2015.
- [3] Priest, G. *Logika*. Praha: Dokořán, 2007.

Příště na *Základech filozofie...*

- Jak mohou vypadat argumenty, které nejsou deduktivní?
- Jak se chovat při kritické diskusi?
- Lze argumentovat holí?

**MASARYKOVA
UNIVERZITA**