Vážení přátelé,
do ruky se Vám právě dostal rozšiřující výukový materiál k předmětu Makroekonomie I. Jeho cílem je v první kapitole stručně a srozumitelně ukázat postup výpočtu tempa růstu a průměrného tempa růstu. Znalost výpočtu tempa růstu má v makroekonomii široké využití. Jistě víte, že ekonomický růst popisujeme pomocí temp růstu HDP nebo že inflace je definována právě jako tempo růstu cenové hladiny. Druhá kapitola se věnuje obtížnějšímu tématu a z hlediska předmětu Makroekonomie I představuje nepovinné rozšíření. Je v ní ukázán způsob odvození rovnice růstového účetnictví. Na tomto postupu můžete vidět, za jakých podmínek je rovnice odvozena a tedy za jakých podmínek ji můžeme používat.

Nic není dokonalé a tím méně tento materiál. Pokud byste v něm nalezli nějakou chybu, nebo byste si přáli jeho rozšíření, neváhejte mě kontaktovat na `stepan.mikula@gmail.com`.

Přeji Vám hodně radosti se studiem makroekonomie.

Štěpán Mikula

1 Výpočet tempa růstu

V makroekonomii se v řadě aplikací využívá tempo růstu. Víme například, že míra inflace se rovná tempu růstu cenové hladiny. Neméně důležité je i tempo růstu HDP. Tempo růstu[1] veličiny X mezi dvěma obdobími t a $t-1$ spočítáme jako

$$x_t = \frac{X_t - X_{t-1}}{X_{t-1}} \tag{1}$$

Pomocí ekvivalentních úprav můžeme tento vzoreček vyjádřit i jako

$$x_t = \underbrace{\frac{X_t}{X_{t-1}}}_{\substack{\text{koeficient}\\ \text{růstu}}} -1 \tag{2}$$

Výpočet tempa růstu mezi jednotlivými obdobími si můžeme ukázat na příkladu. Tabulka 1 obsahuje reálné HDP na osobu USA v letech 2000–2003. Našim úkolem bude vypočítat meziroční tempa růstu.

Rok	2000	2001	2002	2003
HDP na osobu [USD]	35 082	35 116	35 428	36 003

Tabulka 1: Reálné HDP na osobu v USA

Pro výpočet meziročních temp růstu HDP g_t použijeme rovnici (1) a výsledek vynásobíme 100 – tak získáme tempa růstu vyjádřená v procentech.

$$g_{2001} = \frac{HDP_{2001} - HDP_{2000}}{HDP_{2000}} = \frac{35\,116 - 35\,082}{35\,082} = 0,09\,\% \tag{3}$$

$$g_{2002} = \frac{35\,428 - 35\,116}{35\,116} = 0,8\,\% \tag{4}$$

$$g_{2003} = \frac{36\,003 - 35\,428}{35\,428} = 1,6\,\% \tag{5}$$

Všimněme si, že jsme nemohli vypočítat tempo růstu HDP pro rok 2000. Pro výpočet tempa růstu bychom totiž potřebovali znát i hodnotu HDP z předchozího období – tedy z roku 1999.

Znát tempa růstu mezi jednotlivými obdobími je jistě užitečné, ale často nás zajímá jaký růst ekonomika zažívala každé období v *průměru*. Pro výpočet průměrného tempa růstu $\bar{x}$ musíme použít geometrický průměr. Ten se obecně vypočítá jako

$$\bar{x} = \sqrt[n]{\prod_{t=1}^{n} x_t} \tag{6}$$

[1] V materiálech k Makroekonomii I jsou obvykle tempa růstu značena malými písmenky.

Což můžeme vyjádřit také následujícím způsobem:

$$\bar{x} = \left(\prod_{t=1}^{n} x_t\right)^{\frac{1}{n}} \tag{7}$$

Pro výpočet průměrného tempa růstu můžeme využít známé koeficienty růstu definované v rovnici (2). Postup pro výpočet průměrného tempa růstu *(compound annual growth rate)* potom bude následující:

$$\bar{x} = \sqrt[n]{\prod_{t=2}^{n} \frac{X_t}{X_{t-1}}} - 1 \tag{8}$$

Použití způsobu výpočtu s koeficientem růstu má jeden skrytý půvab – pro jeho aplikaci totiž nemusíme znát všechna koeficienty růstu. Po úpravě rovnice (8) zjistíme, že průměrné tempo růstu $\bar{x}$ se také rovná

$$\bar{x} = \sqrt[n]{\frac{X_e}{X_b}} - 1 \tag{9}$$

kde X_e je hodnota veličiny X v posledním a X_b v prvním období. Při použití tohoto postupu musíme dávat pozor na stanovení hodnoty n. Ta bude o jedno menší než počet všech použitých období. Bude tedy platit $n = t_e - t_b$.

Výpočet průměrného tempa růstu si můžeme ukázat na příkladu. Opět použijeme data z tabulky 1 a také tempa růstu vypočítaná v rovnicích (3)–(5). Nejprve použijeme rovnici (8):

$$\begin{aligned}
\bar{x} &= \sqrt[n]{\prod_{t=2}^{n} \frac{X_t}{X_{t-1}}} - 1 \\
\bar{g} &= \sqrt[2003-2000]{\frac{HDP_{2001}}{HDP_{2000}} \times \frac{HDP_{2002}}{HDP_{2001}} \times \frac{HDP_{2003}}{HDP_{2002}}} - 1
\end{aligned} \tag{10}$$

Do této rovnice musíme dosadit koeficienty růstu. Ty můžeme získat z temp růstu g_t vyjádřených v procentech tak, že je vydělíme stem a přičteme jedničku. Výsledné koeficienty růstu dosadíme do rovnice (10):

$$\bar{g} = \sqrt[3]{1,0009 \times 1,008 \times 1,016} - 1 \tag{11}$$

$$\bar{g} = 0,0083 = 0,83\,\% \tag{12}$$

Jistě jste si všimli, že tento způsob výpočtu byl zbytečně zdlouhavý. Když se podíváme znovu na rovnici (10) zjistíme, že po vykrácení zlomků bychom získali výraz

$$\bar{g} = \sqrt[3]{\frac{HDP_{2003}}{HDP_{2000}}} - 1 \tag{13}$$

Ten odpovídá rovnici (9). Po dosazení získáme:

$$\bar{g} = \sqrt[3]{\frac{36\,003}{35\,082}} - 1 \tag{14}$$

$$\bar{g} = 0.0087 = 0.87\,\% \tag{15}$$

Z obou postupů nám vyšel mírně odlišný výsledek – to je způsobeno zaokrouhlováním při počítáním meziročních temp růstu g_t.

2 Růstové účetnictví

Předpokládejme, že produkční funkce ekonomiky má tvar Cobb-Douglasovy produkční funkce:

$$Y_t = A_t L_t^{\alpha} K_t^{1-\alpha} \tag{16}$$

Povšimněme si, že koeficient α, který udává podíl práce na celkovém důchodu, nemá časový index t. Cobb-Douglasova produkční funkce skutečně předpokládá, že se podíl práce (α) a kapitálu $(1-\alpha)$ na celkových důchodech v čase nemění – α tedy zůstává v čase konstantní. Tento předpoklad je v souladu s empirií. S Cobb-Douglasovou funkcí můžeme dále pracovat pomocí ekvivalentních úprav:

$$Y_t = A_t L_t^{\alpha} K_t^{1-\alpha} \tag{17}$$

$$\log(Y_t) = \log(A_t) + \log(L_t^{\alpha}) + \log(K_t^{1-\alpha}) \tag{18}$$

$$\log(Y_t) = \log(A_t) + \alpha \log(L_t) + (1-\alpha) \log(K_t) \tag{19}$$

Nyní využijeme logaritmickou aproximaci. Ta říká, že pro malé hodnoty x (zhruba pro $x < 0,15$) platí $\log(1+x) \approx x$. Pro přesnější vysvětlení logaritmické aproximace se můžete podívat do Technického apendixu k Makroekonomii I, který je dostupný ve studijních materiálech. Pro nás je podstatné, že z logaritmické aproximace plyne, že:

$$x_t = \frac{X_t - X_{t-1}}{X_{t-1}} \approx \log(X_t) - \log(X_{t-1})$$

Slovy: tempo růstu proměnné X v čase t se přibližně rovná rozdílu logaritmů proměnné X v čase t a $t-1$. Toho můžeme využít v dalším postupu. Na rovnici (19) provedeme časovou diferenciaci – od každé strany rovnice odečteme $\log(Y_{t-1})$:

$$\log(Y_t) - \log(Y_{t-1}) = \log(A_t) + \alpha \log(L_t) + (1-\alpha) \log(K_t) - \log(Y_{t-1}) \tag{20}$$

Na pravé straně rovnice rozepíšeme $\log(Y_{t-1})$ podle (19):

$$\log(Y_t) - \log(Y_{t-1}) = \log(A_t) - \log(A_{t-1}) + \alpha\left(\log(L_t) - \log(L_{t-1})\right) + (1-\alpha)\left(\log(K_t) - \log K_{t-1}\right) \tag{21}$$

Z logaritmické aproximace plyne:

$$\underbrace{\log(Y_t) - \log(Y_{t-1})}_{\approx g_t} = \underbrace{\log(A_t) - \log(A_{t-1})}_{\approx a_t} + \alpha(\underbrace{\log(L_t) - \log(L_{t-1})}_{\approx l_t}) + (1-\alpha)(\underbrace{\log(K_t) - \log K_{t-1}}_{\approx k_t}) \tag{22}$$

$$g_t = a_t + \alpha l_t + (1-\alpha) k_t \tag{23}$$

Pomocí ekvivalentních úprav a logaritmické aproximace jsem se dostali až k rovnici růstového účetnictví (23). Musíme mít na paměti, že byla odvozena z Cobb-Douglasovy produkční funkce a *je tedy použitelná pouze v případě, že se ekonomika podle této funkce skutečně chová.* Další *podmínkou použití jsou nízká tempa růstu* g_t, a_t, l_t a k_t. Pokud by růsty byly vyšší než 15 %, potom by se použitá logaritmická aproximace stala příliš nepřesnou.