

Zadání projektových úkolů

1. Model úvěrové politiky

Banka BBB připravuje úvěrovou politiku, na kterou hodlá vyčlenit 12 milionů Kč. Následující tabulka obsahuje příslušné údaje o dostupných typech úvěrů.

Typ půjčky	Úroková míra	Poměrné zastoupení špatných úvěrů
Půjčka na auto	0,140	0,10
Půjčka na vybavení domácnosti	0,130	0,07
Půjčka na bydlení	0,120	0,03
Flexi půjčka	0,125	0,05
Fér půjčka	0,100	0,02

Kvůli konkurenci představované jinými finančními institucemi je třeba, aby banka přidělila alespoň 40% finančních prostředků na Flexi a Fér půjčky. K podpoře bytového sektoru v regionu musí úvěry na bydlení činit nejméně 50% účelově vázaných úvěrů (první tři typy půjček). Banka má také stanovenou politiku, která neumožňuje, aby celkový poměr nesplácených pohledávek na všechny úvěry přesáhl 4%. (Špatné úvěry jsou nedobytné a nevytvářejí žádné úrokové výnosy). Předpokládejme, že všechny úvěry jsou poskytovány přibližně na stejnou dobu. Tento předpoklad nám umožňuje ignorovat rozdíly v časové hodnotě prostředků přidělených na různé úvěry.

1. Navrhněte model pro maximalizaci úrokového výnosu.
2. Nalezněte optimální řešení
3. Určete, která omezení jsou v bodě optima aktivní

2. Model měnové arbitráže

Předpokládejme, že investor má k dispozici celkem 100 dolarů, které lze směňovat za jiné měny (eura, britské libry a jeny). Tabulka uvádí aktuální spotové směnné kurzy.

	USD	EUR	GBP	JPY
USD	1	0,8706	1,4279	0,0075
EUR	1,1486	1	1,6401	0,00861
GBP	0,7003	0,6097	1	,00525
JPY	133,38	116,12	190,45	1

Investor v arbitráži používá prostředky k nákupu jiných měn a dalšímu směňování tak, aby optimálně využil odlišných cen na různých trzích.

1. Navrhněte a zapište matematický model lineárního programování pro maximalizaci částky v USD získané transakcemi (zanedbáváme dodatečné poplatky a případné další náklady na provedení transakcí).
2. Nalezněte optimální řešení.
3. Rozhodněte zda získaná částka převýší investovaných 100USD.

3. Investiční problém

Management společnosti Binvest zvažuje pro příští čtyři roky účast na šesti projektech. Očekávané (diskontované) výdaje a výnosy jednotlivých projektů spolu s dostupnými prostředky v jednotlivých letech jsou uvedeny v tabulce níže (v mil. Kč).

Projekt	1. rok	2. rok	3. rok	4. rok	Výnos
1	10,5	14,4	2,2	2,4	32,40
2	8,3	12,6	9,5	3,1	35,80
3	10,2	14,2	5,6	4,2	37,75
4	7,2	10,5	7,5	5,0	31,80
5	12,3	10,1	8,3	6,3	38,20
6	9,2	7,8	6,9	5,1	29,35
Dostupné prostředky (mil. Kč)	60	70	35	20	

Binvest může participovat na libovolném z projektů částečně nebo úplně. V případě částečné participace budou proporcionálně propočítány výnosy i výdaje.

1. Formulujte jako problém lineárního programování a určete optimální míru participace na jednotlivých projektech, tak aby byla maximalizována celková návratnost. Ignorujte časovou hodnotu peněz.
2. Dodatečně předpokládejte, že při participaci projektu 2, musí Binvest participovat ve stejné nebo vyšší míře i na projektu 6. Upravte formulaci modelu a najděte nové optimální řešení.
3. V původním modelu navíc předpokládejte, že veškeré prostředky zbývající na konci roku mohou být použity vždy v roce následujícím. Najděte nové optimální řešení a zjistěte, kolik peněz se v jednotlivých letech bude převádět z předchozího roku. Pro zjednodušení opět ignorujte časovou hodnotu peněz.

4. Pronájem skladů

Kuchyňka s.r.o. prodává široké spektrum výrobků pro domácnost prostřednictvím online katalogu. Společnost potřebuje značné skladové prostory. Na základě odhadu sezónního vývoje poptávky plánuje společnost pronájem skladovacích kapacit na dalších 5 měsíců. Na základě značných rozdílů v poptávaném množství se jeví výhodné pronajímat potřebnou plochu na měsíční bázi. Na druhou stranu je cena za měsíc při dlouhodobém pronájmu nižší, proto se vyplatí kombinovat krátkodobé a dlouhodobé pronájmy (Společnost bude uzavírat souběžně několik kontraktů s různými délkami pronájmu, v průběhu času některé smlouvy vyprší, ale mohou být uzavírány nové. Například v 2. měsíci může mít pronajatu část plochy jen na tento měsíc, část na dvouměsíční období 1-2, část na dvouměsíční období 2-3, atd.). Požadavky na prostor a ceny za metr čtvereční při různé délce pronájmu jsou následující:

měsíc	plocha (m^2)	doba pronájmu	cena za m^2 za celé období(Kč)
1	300	1	65
2	200	2	100
3	400	3	135
4	100	4	160
5	500	5	190

Navrhněte plán pronájmu minimalizující celkové náklady pronájmu při splnění požadavků na skladovací plochu v jednotlivých obdobích.

1. Formulujte jako model lineárního programování.
2. Naleznete optimální řešení
3. Určete, která omezení jsou v bodě optima aktivní

5. Výstavba solárních elektráren

Finanční ředitel společnosti Solare s.r.o. plánuje zajištění finančních zdrojů na výstavbu nových solárních elektráren v horizontu 5, 10, a 20 let. K pokrytí budoucích nákladů potřebuje investovat firemní prostředky, přičemž vybírá ze tří druhů finančních aktiv A1, A2, A3. Jednotka každého z aktiv stojí 1 milion Kč (zakoupené množství nemusí být celočíselné). Aktiva produkují příjmy za 5, 10 a 20 let a tyto příjmy jsou zapotřebí k pokrytí cash flow pro jednotlivé etapy výstavby v těchto letech. (Jakýkoliv nadbytek příjmu nad minimálním požadavkem v daném časovém období bude použit k navýšení dividend vyplácených akcionářům, nikoliv k převedení do následujícího časového období). Tabulka uvádí výši jednotkových příjmů z každého aktiva a minimální částku potřebnou v budoucích časových obdobích (vše v mil. Kč), kdy budou probíhat jednotlivé vlny výstavby elektráren.

Rok	A1	A2	A3	Minimální potřebná hotovost
5	2	1	0,5	400
10	0,5	0,5	1	100
20	0	1,5	2	300

Navrhněte kombinaci investic do jednotlivých aktiv, které budou pokrývat požadavky na hotovostní toky při minimalizaci celkové investované částky.

1. Formulujte jako problém lineárního programování.
2. Nalezněte optimální řešení
3. Určete, která omezení jsou v bodě optima aktivní

6. Problém dvou provozů

Společnost provozuje výrobu ve dvou továrnách A a B. Každá továrna vyrábí dva produkty, standardní a Delux. Jednotkový zisk ze standardního produktu je 10 EUR, zatímco výrobek Delux generuje jednotkový zisk 15 EUR. Každá továrna používá pro výrobu dva procesy, broušení a leštění. Továrna A má kapacitu broušení 80 hodin týdně a lešticí kapacitu 60 hodin týdně. U továrny B jsou tyto kapacity 60 a 75 hodin týdně. Doby broušení a leštění v hodinách pro jednotku každého typu výrobku v každé továrně jsou uvedeny v následující tabulce.

	Továrna A		Továrna B	
	Standard	Delux	Standard	Delux
Broušení	4	2	5	3
Leštění	2	5	5	6

Kromě práce je na výrobu každého z produktu potřeba 4 kg suroviny. Společnost má k dispozici týdně 120kg suroviny.

1. Nejprve předpokládejme, že továrně A je přiděleno 75kg suroviny týdně a továrně B zbývajících 45kg týdně. Zapište a vyřešte model maximalizace zisku pro každou továrnu zvlášť.
2. Předpokládejme nyní, že nebudeme přidělovat 75 kg suroviny továrně A a 45 kg továrně B, ale místo toho rozdělíme surovinu optimálně. Formulujte společný model, kde místo individuálních omezení na materiál uvažujete limit 120 kg suroviny týdně dohromady pro oba provozy. Najděte optimální řešení a porovnejte s částí a)

7. Strojírenská firma

Strojírenská firma může vyrábět pět typů výrobků (PROD 1, PROD 2, ..., PROD 5) pomocí dvou výrobních postupů: broušení a vrtání. Po odečtení nákladů na surovinu generují jednotlivé produkty následující jednotkové zisky (Kč):

PROD 1	PROD 2	PROD 3	PROD 4	PROD 5
550	600	350	400	200

Každý z produktů má jiný čas zpracování pomocí jednotlivých výrobních procesů. Ty jsou uvedeny níže (v hodinách). Pomlčka udává, kdy proces není potřeba.

	PROD 1	PROD 2	PROD 3	PROD 4	PROD 5
Broušení	12	20	–	25	15
Vrtání	10	8	16	–	–

Kromě toho kompletace každého z výrobků vyžaduje 20 hodin času zaměstnance montážní linky. Továrna má tři broušící stroje a dva vrtací stroje a obsluha strojů má šestidenní pracovní týden se dvěma směnami po 8 hodinách každý den. Osm pracovníků je zaměstnáno v montáži, každý pracuje jednu směnu denně. Vaším úkolem je zjistit, kolik kterého produktu má být vyrobeno tak, aby se maximalizoval celkový zisk. Formulujte model, nalezněte optimální řešení a zjistěte, které zdroje budou úplně vyčerpány a u kterých naopak zbyde nevyužitá kapacita. Dále formulujte duální model a na základě jeho řešení (nebo na základě postoptimalizační analýzy původní úlohy) odpovězte na následující otázky:

1. O kolik by musel být výrobek 3 dražší, aby se vyplatil vyrobit?
2. Jaká je hodnota dodatečné hodiny broušení?
3. Jaká je hodnota dodatečné hodiny vrtání ?

8. Zmrzlina

Firma Zmrzlík dodává do cukráren zmrzlinu v třech příchutích: čokoládová, vanilková a banánová. Kvůli mimořádně horkému počasí a vysoké poptávce společnost nemá dostatečné zásoby základních surovin (mléko, cukr a smetana). Vzhledem k těmto okolnostem se společnost rozhodla vyrobit takové množství jednotlivých příchutí, tak aby za daného omezení maximalizovala celkový zisk.

Čokoládová, vanilková a banánová zmrzlina generují zisk 10 Kč, resp. 9 Kč, resp. 9,50 Kč na litr. Společnost má k dispozici 200 litrů mléka, 150 Kg cukru 60 litrů smetany. Náročnost jednotlivých produktů na suroviny je popsána v tabulce (v l resp. kg suroviny na l zmrzliny):

	čokoládová	vanilková	banánová
mléko	0,45	0,5	0,4
cukr	0,5	0,4	0,4
smetana	0,1	0,15	0,2

Formulujte model a nalezněte optimální řešení. Pomocí řešení duálního modelu nebo na základě citlivostní analýzy původního řešení) odpovězte na následující otázky (vždy uvažujte změnu původního řešení, nastane-li právě jedna ze jmenovaných okolností, nikoliv všechny najednou):

1. Předpokládejme, že zisk z prodeje banánové vzroste na 10 Kč. Ovlivní to firmu v rozhodnutí o kvantitě jednotlivých příchutí? A jak se změní celkový zisk?
2. Předpokládejme, že kvůli špatným podmínkám skladování zkysnou 3 litry smetany. Změní se původní řešení?
3. Firmě se naskytne možnost zajistit od dodavatele za 150Kč dalších 15 kg cukru. Vyplatí se to? Vysvětlete.

9. Autopůjčovna

Americká společnost Rent-a-Car má v Newyorské metropolitní oblasti osm provozoven. Společnost uplatňuje politiku, která vyžaduje, aby u každé provozovny bylo vždy ráno k dispozici konkrétní „cílové“ procento všech dostupných automobilů půjčovny. Tato procenta jsou shrnuta v následující tabulce.

Provozovna	Bridgeport	New Haven	Stamford	Newark	Jersey City	Elizabeth	Paterson	Trenton
podíl aut (%)	20	10	20	5	10	20	5	10

Například, pokud je k dispozici celkem 50 aut, 10 z nich by mělo být ráno na pobočce v Bridgeportu, atd. Když rozmístění automobilů nesplňuje na konci dne stanovené cílové hodnoty, zaměstnanci půjčovny převezou auta přes noc mezi provozovnami. Vzdálenost mezi jednotlivými půjčovnami je uvedena v tabulce.

	Bridgeport	New Haven	Stamford	Newark	Jersey City	Elizabeth	Paterson	Trenton
Bridgeport	-	8	6	7	3	5	4	2
New Haven	8	-	6	5	8	4	6	7
Stamford	6	6	-	8	3	4	7	4
Newark	7	5	8	-	9	5	3	7
Jersey City	3	8	3	9	-	5	6	2
Elizabeth	5	4	4	5	5	-	3	3
Paterson	4	6	7	3	6	3	-	4
Trenton	2	7	4	7	2	3	4	-

Na konci dne má Rent-a-Car k dispozici 100 vozů roz distribuovaných na pobočkách následujícím způsobem.

Provozovna	Bridgeport	New Haven	Stamford	Newark	Jersey City	Elizabeth	Paterson	Trenton
Počet aut	4	14	5	17	22	7	10	21

S ohledem na toto rozmístění automobilů navrhnete plán minimalizace celkové vzdálenosti ujeté během přerozdělení aut přes noc. Popište matematický model a nalezněte optimální řešení.

10. Distribuce hnojiva

Společnost Chemical Company vyrábí hnojivo ve třech závodech (označených jako Z1, Z2 a Z3) s limitovanou výrobní kapacitou. Společnost dodává své výrobky ze závodů do dvou centrálních skladů (označených CS1 a CS2), a poté je distribuuje dále do pěti regionálních skladů (RS1 – RS5). Pro centrální sklady neexistují žádné kapacitní limity, ale nelze z nich dodávat přímo zákazníkům, ti poptávají hnojivo v jednotlivých regionálních skladech. Celý systém je popsán v následujících dvou tabulkách udávajících jednotkové přepravní náklady (v dolarech za kilogram) pro jednotlivé fáze přepravy. Kapacita závodů a poptávané množství v regionálních skladech je vyjádřeno v kilogramech.

	CS1	CS2	Kapacita
Z1	1,36	1,28	2400
Z2	1,28	1,35	2750
Z3	1,68	1,55	2500

	RS1	RS2	RS3	RS4	RS5
CS1	0,60	0,36	0,32	0,44	0,72
CS2	0,80	0,56	0,42	0,40	0,55
Požadavky	1250	1000	1600	1750	1500

1. Navrhněte přepravní schéma, které bude minimalizovat celkové dopravní náklady. Popište matematický model a nalezněte optimální řešení.
2. Jak se změní optimální řešení a celkové náklady, dojde-li ke zrušení druhého regionálního skladu a jeho zákazníci začnou odebírat z pátého?

11. Subdodávka detektorů

Náhlý nárůst poptávky po detektorech kouře (poptávka z maloobchodů po síťových a bateriových detektorech vzrostla na 20 000, resp. 10 000 ks) způsobil, že firmě Fire Alarms dočasně nestačí produkční kapacita. Firma nechce ztratit důvěryhodnost u svých odběratelů, proto zvažuje možnost využít pro uspokojení poptávky subdodavatele. Produkční proces zahrnuje tři fáze probíhající v jednotlivých odděleních: výroba, montáž a doprava. Níže jsou shrnuty příslušné údaje o produkci a cenách.

	Hodinová náročnost síťový detektor (hod/ks)	Hodinová náročnost bateriový detektor (hod/ks)	Pracovní fond na měsíc (hod)
Výroba	0,15	0,10	2000
Montáž	0,20	0,20	4200
Doprava	0,10	0,15	2500

	síťový detektor	bateriový detektor
Variabilní náklady (EUR)	18,80	16,00
Maloobchodní cena (EUR)	29,50	28,00

Společnost má možnost získat hotové detektory od subdodavatele, který nabízí dodat maloobchodníkům přímo až 20 000 kusů za měsíc v jakékoli kombinaci síťových a bateriových modelů, za jednotnou cenu 21,50 EUR za detektor.

1. Při dané poptávce a limitech firmy Fire Alarms i subdodavatele stanovte maximální zisk a odpovídající úroveň výroby a nákupu (pro zjednodušení uvažujte, že lze vyrábět i nakupovat i necelé kusy).
2. Prozkoumejte možné dopady zvýšení kapacity výrobní fáze o 10 procent. Jak se změní optimální poměr nakupovaného a vyráběného zboží? Jak se změní optimální zisk?
3. Jak se změní řešení (a), jestliže budeme ignorovat odhad poptávky po detektorech a místo toho budeme předpokládat, že lze prodat libovolné množství?

12. Startup cashflow

Startupová firma potřebuje peníze na pokrytí svých peněžních toků pro plánovaný čtyřměsíční projekt. Očekávané peněžní příjmy a výdaje na období leden až duben jsou následující.

	leden	únor	březen	duben	celkem
Cash flow (tis. Kč)	-150	-450	500	250	150

Začátkem května budou veškeré získané prostředky vyplaceny investorům. Existují dvě možnosti jak projekt financovat. Jednou z nich je vzít si na začátku ledna dlouhodobou půjčku. Úrok z této půjčky je 1 procento za měsíc, splatný vždy prvního dne po následující tři měsíce, jistina je splatná 1. dubna. Půjčka může dosahovat až 400 000 korun a není povoleno předčasné splacení. Alternativou je krátkodobá půjčka kterou si lze vzít na začátku každého měsíce. Tato půjčka musí být splacena vždy první den následujícího měsíce s úrokem 1,2 procenta. Na tuto krátkodobou půjčku lze v kterémkoli měsíci použít 300 000 Kč. Nadbytečné prostředky mohou být na začátku každého měsíce investovány do peněžního fondu se zhodnocením 0,7 procenta na začátku následujícího měsíce.

Předpokládejme následující načasování peněžních toků: pro období, ve kterých se očekává hotovostní deficit, musí být vždy k prvnímu dni dostatek prostředků na pokrytí cash outflow; pro období, ve kterých se očekává peněžní přebytek, nelze hotovost použít až do konce měsíce, všechny transakce se odehrávají až k prvnímu dni dalšího měsíce.

1. Jaká je maximální částka, kterou lze v květnu vyplatit investorům? Jaká je optimální částka, kterou si má firma půjčit z jednotlivých možných zdrojů? Popište matematický model a nalezněte optimální řešení.
2. Určete mezní efekt dodatečné tisícikoruny za každý měsíc plánovacího období.

13. ICC Cargo

Jste zodpovědní za nakládku přepravních lodí pro mezinárodní společnost ICC Cargo v hlavním přístavu na západním pobřeží. Byli jste požádáni o přípravu plánu nakládky pro nákladní loď směřující do Afriky. Přední zemědělský a potravinářský koncern by chtěl na palubě lodi přepravit následující komodity:

Komodita	tun	objem na tunu [m^3]	zisk z tuny [EUR]
ječmen	4000	40	70
rýže	3000	25	50
kukuřice	2000	60	60
pšenice	1000	50	80

Můžete se rozhodnout naložit jakoukoli kombinaci dostupných komodit. Nicméně loď má tři nákladové prostory s následujícími omezeními kapacity.

Nákladový prostor	hmotnostní kapacita [t]	objemová kapacita [m^3]
Přední	3000	100000
Střední	5000	150000
Zadní	2000	120000

Do jednoho nákladního prostoru lze umístit více než jeden druh zboží. Nicméně z důvodu vyvážení musí být hmotnost nákladu v zadním nákladovém prostoru do 10 procent celkové přepravní hmotnosti a ve středním nákladovém prostoru musí být mezi 40 a 60 procenty celkové hmotnosti nákladu na palubě.

1. Jaký je maximální zisk a plán nakládky, který ho dosahuje? Jaká je optimální celková hmotnost a optimální celkový objem nákladu, který se má naložit? Popište matematický model a nalezněte optimální řešení.
2. Předpokládejme, že by se mohl každý z nákladních prostorů zvětšit. Jaká forma rozšíření (hmotnostní nebo objemový limit) a v jaké části lodi by společnosti ICC umožnily nejvyšší zvýšení zisku?

14. Spoření na studium

Manželé Newtonovi mají osmiletého syna Isaaca a plánují pro něj příštích deset let spořit, aby pokryli jeho studijní náklady až Isaac po dosažení 18 let nastoupí na univerzitu. Očekávají, že budou schopni uložit v jednotlivých obdobích vždy na začátku roku následující částky:

rok	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
částka (\$)	2000	2000	2500	2500	3000	3500	3500	4000	4000	5000

Chtějí investovat bezpečně, proto volí pouze z těchto tří možností:

- roční termínovaný vklad s výnosem 7,5% p. a.
- šestiletý vládní dluhopis s důchodovým výnosem 7,9% p. a., jehož současná tržní cena je rovna 98% nominální hodnoty
- devítiletý vládní dluhopis s důchodovým výnosem 8,5% p. a., jehož současná tržní cena je rovna 102% nominální hodnoty

Předpokládejme, že se tyto podmínky nebudou následujících 10 let měnit a že Newtonovi ze zásady zakoupené dluhopisy drží až do splatnosti.

1. Jak mají rozložit investice mezi jednotlivá aktiva, aby byla naspořena částka pro studium po uplynutí 10 období maximální (předpokládejme, že dluhopisy lze nakoupit v libovolném množství)? Popište matematický model a nalezněte optimální řešení.
2. Jak se optimální řešení změní, uvážíme-li, že nominální hodnota dluhopisů je rovna 100 dolarů a tudíž částka, za kterou je nakoupíme, musí být celočíselným násobkem 98 USD pro šestileté dluhopisy, resp. 102 USD pro devítileté dluhopisy?

15. Developerská společnost

Developer získal zakázku na realizaci výstavby nové rezidenční čtvrti. Výstavba čtyř komplexů bytových domů má být realizována během následujících pěti let, přičemž přibližný časový rozvrh, rozpočet, očekávané náklady a příjmy jsou dány tabulkou. Tempo výstavby jednotlivých komplexů se může v průběhu času měnit, musí však být dodržen stanovený začátek a konec (období výstavby je naznačeno křížky). Plánem developera je vždy na konci roku zkolaudovat dokončenou část stavby a hotové bytové jednotky v jednotlivých komplexech okamžitě pronajmout zájemcům o bydlení. Tak získá společnost příjem ve výši poměrné části ročního nájemného dle dokončenosti stavby (například dokončí-li 40% komplexu Vyhlídka v roce 2020 a zbytek v roce 2022, zajistí si tak pro roky 2021 a 2022 roční příjem $0,4 \times 5 = 2$ mil. USD, poté již bude inkasovat nájemné v plné výši 5 mil. USD).

Komplex	2020	2021	2022	2023	2025	Náklady (mil. USD)	Příjmy (mil. USD)
Vyhlídka	X	X	X			50	0,5
Ráj		X	X	X	X	80	0,7
Zahrádky	X	X	X	X	X	150	1,5
Jezírka			X	X		12	0,2
Rozpočet (mil. USD)	30	60	70	70	70		

1. Vytvořte model, který určí vhodný časový rozvrh výstavby jednotlivých komplexů maximalizující celkový příjem z nájemného. Při hledání optimálního řešení ignorujte pro jednoduchost časovou hodnotu peněz a předpokládejte, že peníze z nájmu nejsou použity k financování výstavby v dalších obdobích.
2. Vyřešte problém znovu s dodatečným předpokladem, že každý komplex se skládá z deseti stejných domů a kolaudovat lze jen hotové domy, nikoliv jejich části (na konci jednotlivých období tedy musí být dokončenost každého z komplexů celým násobkem 10%).

16. Rodinné účty

V domácnosti pana Bushe se platí některé účty měsíčně (nájem, kabelovka, telefon, splátky hypotéky, apod.), další čtvrtletně, pololetně nebo ročně (předplatné tisku, spoření, doplatky za vodné a stočné, energie, daně, apod.) V tabulce níže je popsáno letošní rozložení výdajů, podle kterého odhadují Bushovi výdaje pro příští rok.

Měsíc	Leden	Únor	Březen	Duben	Květen	Červen
Výdaje (\$)	800	1200	400	700	600	900
	Červenec	Srpen	Září	Říjen	Listopad	Prosinec
	1500	1000	900	1100	1300	1600

Na pokrytí výdajů dává rodina z výplaty stranou každý měsíc 1000 dolarů (odhad celkových výdajů vydělený 12). Jestliže budou Bushovi ukládat peníze na spořicí účet na měsíční bázi, zhodnotí se jim každý měsíc při úrokové míře 4 % p. a. Jejich banka jim též nabízí čtvrtletní a půlroční depozitní certifikáty, které jim mohou vynést úrok 5,5 resp. 7 % p.a.

1. Navrhnete roční investiční plán tak, aby byl maximalizován přebytek příjmů na konci roku. Zapište též matematický model.
2. Formulujte podmínky, za kterých má úloha přípustné řešení.

17. Decentralizace firmy

Korporace SmartSolutions sídlící v londýnském City má pět oddělení (A-E). Příští rok plánuje přesunout některá svá oddělení mimo Londýn, vybranými městy pro relokaci jsou Bristol a Brighton. Decentralizace by měla přinést úspory výdajů na pronájem budov a pracovní sílu. Odhad úspor (v tisících liber za rok) při relokaci jednotlivých oddělení do vytipovaných měst udává tabulka.

	A	B	C	D	E
Bristol	10	15	10	20	5
Brighton	10	20	15	15	15

Na druhou stranu komunikace mezi odděleními není plně digitalizovaná, a tudíž stěhováním vzniknou jisté komunikační náklady. Tyto náklady budou přímo úměrné intenzitě komunikace a jejich odhadované vyčíslení je dáno tabulkami níže (tedy například roční náklady na komunikaci mezi odděleními B a D, bude-li jedno v Bristolu a druhé v Brightonu, spočítáme jako $1,2 \times 14 \times 1000$ GBP).

Intenzita komunikace (v tisících jednotek)					
	A	B	C	D	E
A	-	0	1	1,5	0
B	-	-	1,4	1,2	0
C	-	-	-	0	2
D	-	-	-	-	0,7

Náklady na jednotku komunikace (GBP)			
	Bristol	Brighton	Londýn
Bristol	5	14	13
Brighton	-	5	9
Londýn	-	-	10

Kam mají být jednotlivá oddělení relokována, aby čisté úspory decentralizace byly co nejvyšší? Popište matematický model a nalezněte optimální řešení.

18. Tarifní pásma

Elektrárna musí zajistit poptávku po elektrické energii, která kolísá dle denní doby podle údajů v tabulce:

0:00 - 6:00	15000 MW
6:00 - 9:00	30000 MW
9:00 - 15:00	25000 MW
15:00 - 18:00	40000 MW
18:00 - 24:00	27000 MW

Pro výrobu elektřiny má k dispozici celkem 27 výrobních jednotek tří různých typů, konkrétně je to 12 generátorů Siemens, 10 generátorů GE a 5 generátorů Tesla. Každý generátor může pracovat pouze ve stanoveném rozmezí minimálního a maximálního výkonu. Tabulka níže udává tato rozmezí společně s náklady na hodinu provozu při minimálním výkonu, dodatečnými hodinovými náklady na megawatt při výkonu nad minimální úroveň a jednorázovými náklady na spuštění generátoru (vše v GBP).

Generátor	Výkon		Náklady		
	minimum	maximum	provozní	na dodatečný MW	spuštění
Siemens	850 MW	2000 MW	1000	2	2000
GE	1250 MW	1750 MW	2600	1,30	1000
Tesla	1500 MW	4000 MW	3000	3	500

Nad rámec zajištění požadované poptávky je třeba zajistit, aby v každém období bylo možné zajistit mimořádné zvýšení odběru až do výše 15% odhadovaného počtu MW, a to pomocí generátorů, které jsou aktuálně v chodu.

1. Jaké generátory by měly být spuštěny v jednotlivých časových intervalech, aby byly celkové náklady co nejmenší?
2. Jaké jsou marginální náklady produkce pro jednotlivá období (tj. jakým tarifem by měl být odběr zpoplatněn)?
3. Kolik by se ušetřilo zrušení 15-procentní rezervy?

19. Táborový jídelníček

Hlavní kuchař letního dětského tábora plánuje sestavení denního jídelníčku pro 100 dětí, přičemž k dispozici má 9 druhů základních potravin. Složení potravin z hlediska důležitých výživových komponent a jejich ceny (vše přepočteno na 100g potravin) ukazuje tabulka:

	energ. [kJ]	bílk. [g]	Fe [mg]	vit. A [jed]	vit. C [mg]	chol [mg]	cena [Kč]
vepřové maso	1200	18,4	3,1	20	0	83	12
máslo	3000	0,6	0,2	2500	0	120	11,2
chleba	1160	7,2	0,8	0	0	1	1,5
brambory	300	1,6	0,6	40	10	0	1,2
jablka	240	0	0,5	60	2	0	1,5
eidam	1260	31,2	0,6	1100	0	71	10,6
kuře	650	20,2	1,5	0	0	57	6
jogurt	450	7	0,2	260	0	11	4,5
jahody	150	0	0,8	60	60	0	12

Maloobchod, který tábor zásobuje, může dodat maximálně 40 kg každé potravin. Dle doporučení nutričních odborníků by denní dávka výživy pro děti a dospívající měla obsahovat minimálně 80 g bílkovin, 15mg železa, 6000 jednotek vitamínu A a 200 mg vitamínu C. Pro zajištění celodenního stravování pro 100 dětí máme sestavit optimální skladbu jídelníčku při respektování doporučení nutričních expertů. Navrhněte matematický model a nelezte optimální řešení, jestliže

1. chceme sestavit jídelníček za co nejméně peněz,
2. chceme sestavit jídelníček s co nejvyšší energetickou hodnotou,
3. chceme sestavit jídelníček s co nejvyšší energetickou hodnotou, ale s obsahem cholesterolu pod 600 mg.

Nalezená řešení porovnejte.

20. Práce přesčas

Firma Stonetrade, s.r.o. má ve výrobním programu tři druhy výrobků: podstavce, dlaždice a truhlíky s různou pracností a spotřebou materiálu. Při současném stavu, kdy je na trhu zvýšená poptávka po těchto produktech, vedení firmy rozhodlo o zvýšení výroby formou práce přesčas. Disponibilní fond normální pracovní doby je 40 000 hodin. Pro práci přesčas lze vyčlenit maximálně 5000 hodin. Pro výrobu máme 80 000 kg surovin. Technologická náročnost jednotlivých produktů je dána tabulkou:

Výrobek	podstavec	dlaždice	truhlík
materiál [kg]	8	5	10
prac. času [hod]	6	4	8

Pracnost výrobků se neliší podle toho, zda se vyrábí v normální pracovní době nebo při práci přesčas, kvůli mzdovým příplatkům se však liší jednotkové zisky z prodeje, viz tabulka:

Výrobek	podstavec	dlaždice	truhlík
zisk norm. doba [Kč]	250	150	300
zisk přesčas [Kč]	200	120	270

1. Optimalizujte počet vyrobených kusů při práci v normální pracovní době i přesčas tak, aby celkový dosažený zisk byl maximální. Zapište matematický model a nalezněte řešení.
2. Jak se změní nalezené řešení, bude-li pro práci přesčas k dispozici o 3000 hodin více? Pro zodpovězení využijte stínové ceny.