

10. seminář: Exaktní a autonomní diferenciální rovnice, systémy diferenciálních rovnic

Příklad 1: Dokončení úloh z minulého cvičení

Příklad 2: Ověřte, že je rovnice exaktní a vyřešte ji postupnou integrací dle jednotlivých proměnných.

a) $(2xt - 2x - 1)dx + (x^2 + 2t + 1)dt = 0$.

b) $\left(\frac{\ln x}{t^2} - t\right) dt = \frac{1}{xt} dx$

Příklad 3: Načrtněte fázový diagram spojený s diferenciální rovnicí a určete rovnovážný stav.

a) $\dot{x} = x - 1$

b) $\dot{x} + 2x = 24$

c) $\dot{x} = x^2 - 9$

Příklad 4: Určete typ rovnovážných bodů pro:

a) $\dot{x} = x^4 - 1$

b) $\dot{x} = 3x^2 - 1$

c) $\dot{x} = xe^x$

Příklad 5: Najděte obecné řešení systému použitím metody vlastních čísel a rozhodněte, zda je systém globálně asymptoticky stabilní.

a) $\begin{aligned} \dot{x} &= x + y \\ \dot{y} &= x - y \end{aligned}$

b) $\begin{aligned} \dot{x} &= x + 2y + 1 \\ \dot{y} &= -y + 2 \end{aligned}$

Příklad 6: Vyřešte systém rovnic s počáteční podmínkou.

a) $\begin{aligned} \dot{x} &= x - 8y \\ \dot{y} &= 2x - 9y \end{aligned}$

$x(0) = -1, y(0) = 2$

b) $\dot{x} = 2x + 3y$

$\dot{y} = x + 4y$

$x(0) = 5, y(0) = 1$