# 2. seminář: Funkce více proměnných: definiční obor, parciální derivace

**Příklad 1:** Určete definiční obor následujících funkcí:

a) $3xy^3 - 45x^4 - 3y$ b) $\sqrt{1-xy}$ c) $\ln\left(2-(x^2+y^2)\right)$

**Příklad 2:** Určete definiční obor funkce $\sqrt{y-x^2} - \sqrt{\sqrt{x}-y}$.

**Příklad 3:** Ověřte, že body $[-1,5]$ a $[1,1]$ leží na stejné vrstevnici funkce

$$g(x,y) = (2x+y)^3 - 2x + \frac{5}{y}.$$

**Příklad 4:** Vypočítejte všechny první parciální derivace následujících funkcí:

a) $f(x,y,z) = \frac{x^4}{yz}$ b) $f(x,y,z) = (x^2+y^3+z^4)^6$

**Příklad 5:** Mějme funkci $\pi(p,r,w) = \frac{1}{4}p^2(\frac{1}{r}+\frac{1}{w})$. Najděte parciální derivace $\pi$ vzhledem k proměnným $p, r, w$.

**Příklad 6:** Poptávka po penězích $M$ ve Spojených Státech pro období $1929-1952$ byla odhadnuta jako

$$M = 0,14Y + 76,03(r-2)^{-0,84} \qquad (r > 2),$$

kde $Y$ je každoroční národní důchod a $r$ je úroková sazba měřená v procentech za rok. Najděte $\frac{\partial M}{\partial Y}$ a $\frac{\partial M}{\partial r}$ a diskutujte výsledky.

**Příklad 7:** Poptávka po výrobku závisí na ceně $p$ a ceně $q$ nasazené konkurencí

$$D(p,q) = a - bpq^{-\alpha},$$

kde $a, b$ jsou kladné konstanty a $\alpha < 1$. Najděte $D'_p(p,q)$ a $D'_q(p,q)$

**Příklad 8:** Pro funkci $F(x,y,z) = x^2\, e^{xz} + y^3\, e^{xy}$ vypočítej $F'_x(1,1,1)$, $F'_y(1,1,1)$ a $F'_z(1,1,1)$.