

## Seminář 2

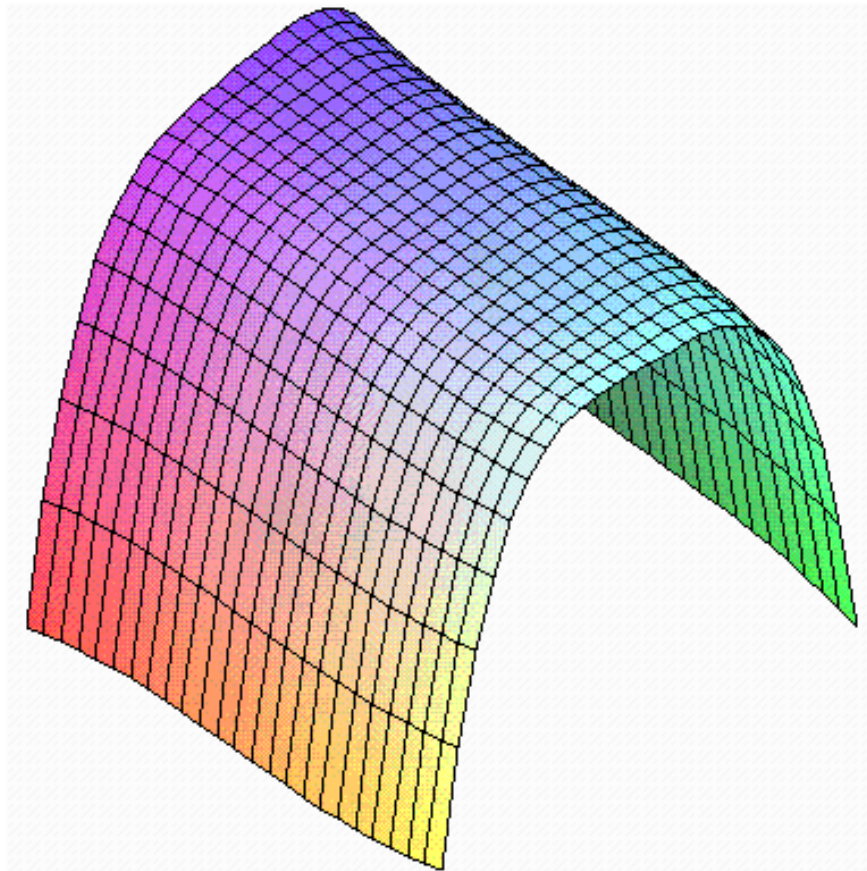
**Příklad 1: Určete definiční obor následujících funkcí:**

a)  $f := (x, y) \rightarrow 3xy^3 - 45x^4 - 3y$

$$(x, y) \rightarrow 3xy^3 - 45x^4 - 3y$$

`with(plots); plot3d(f, -5..5, -5..5)`

[*animate, animate3d, animatecurve, arrow, changecoords, complexplot, complexplot3d, conformal, conformal3d, contourplot, contourplot3d, coordplot, coordplot3d, densityplot, display, fieldplot, fieldplot3d, gradplot, gradplot3d, graphplot3d, implicitplot, implicitplot3d, inequal, interactive, interactiveparams, intersectplot, listcontplot, listcontplot3d, listdensityplot, listplot, listplot3d, loglogplot, logplot, matrixplot, multiple, odeplot, pareto, plotcompare, pointplot, pointplot3d, polarplot, polygonplot, polygonplot3d, polyhedra\_supported, polyhedraplot, rootlocus, semilogplot, setcolors, setoptions, setoptions3d, spacecurve, sparsematrixplot, surfdata, textplot, textplot3d, tubeplot*]



b)  $f := (x, y) \rightarrow \sqrt{1 - xy}$

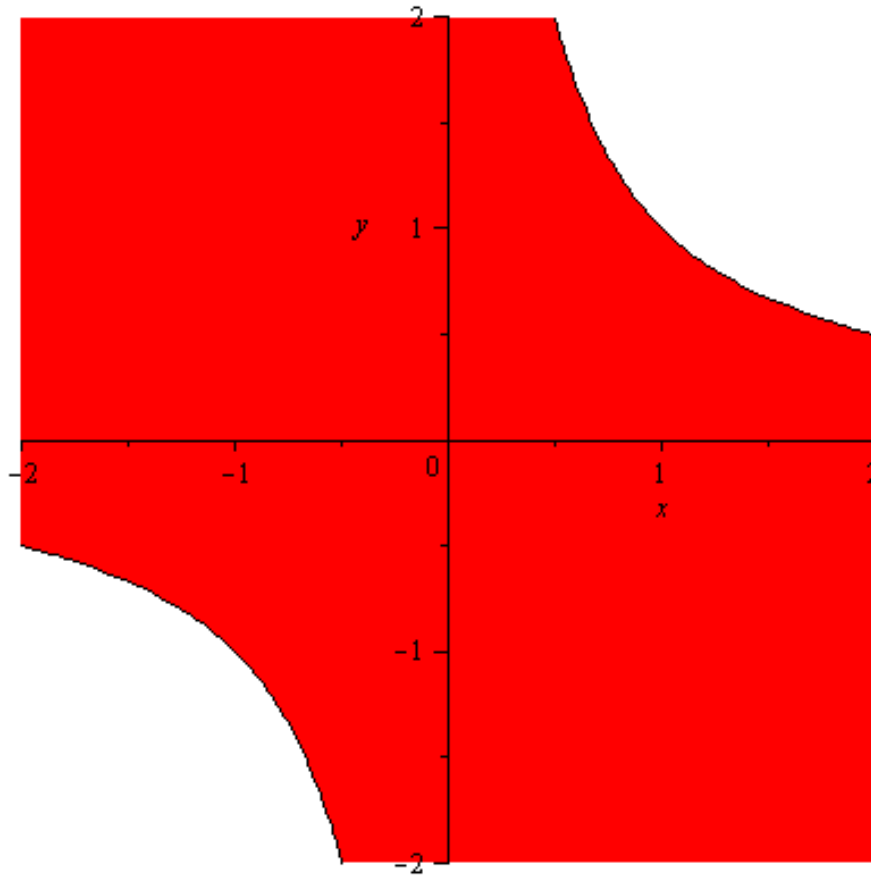
$$(x, y) \rightarrow \sqrt{1 - xy}$$

`solve(x y ≤ 1, {y});`

$$\begin{cases} \left[ \left\{ y \leq \frac{1}{x} \right\} \right] & 0 < x \\ \left[ \left\{ \frac{1}{x} \leq y \right\} \right] & x < 0 \\ [\{y = y\}] & x = 0 \end{cases}$$

`with(plots); implicitplot(x y ≤ 1, x = -2..2, y = -2..2, filled = true)`

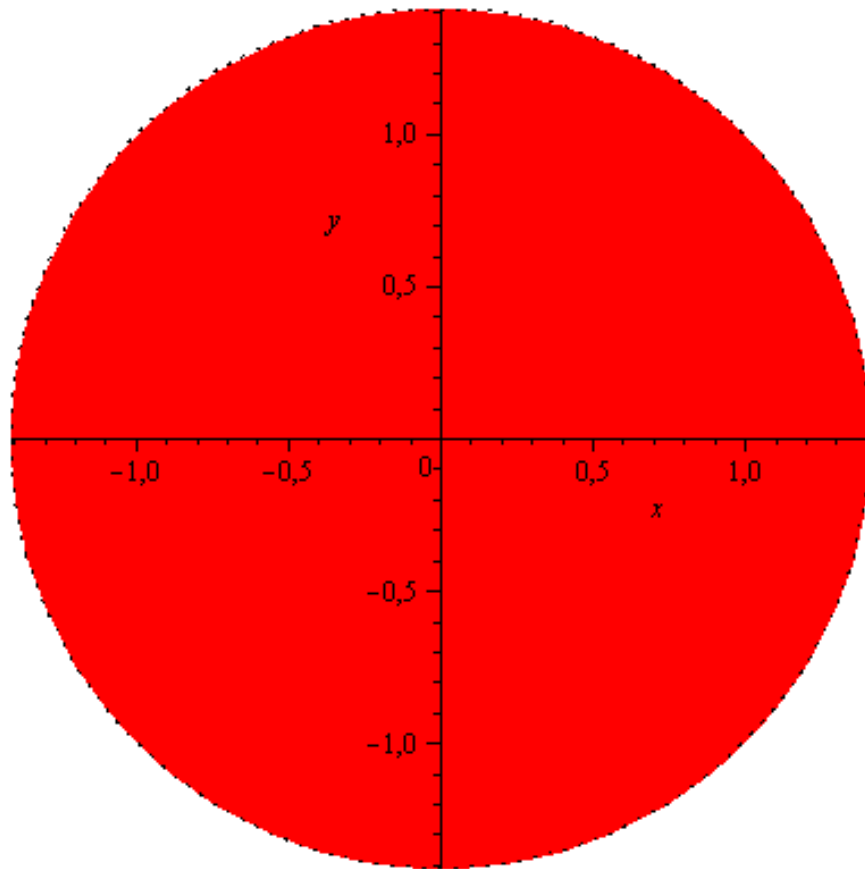
[*animate, animate3d, animatecurve, arrow, changecoords, complexplot, complexplot3d, conformal, conformal3d, contourplot, contourplot3d, coordplot, coordplot3d, densityplot, display, fieldplot, fieldplot3d, gradplot, gradplot3d, graphplot3d, implicitplot, implicitplot3d, inequal, interactive, interactiveparams, intersectplot, listcontplot, listcontplot3d, listdensityplot, listplot, listplot3d, loglogplot, logplot, matrixplot, multiple, odeplot, pareto, plotcompare, pointplot, pointplot3d, polarplot, polygonplot, polygonplot3d, polyhedra\_supported, polyhedraplot, rootlocus, semilogplot, setcolors, setoptions, setoptions3d, spacecurve, sparsematrixplot, surfdata, textplot, textplot3d, tubeplot*]



c)  $f := (x, y) \rightarrow \ln(2 - (x^2 + y^2))$

$$(x, y) \rightarrow \ln(2 - x^2 - y^2)$$

`implicitplot(x^2 + y^2 < 2, x = -2..2, y = -2..2, filled = true);`

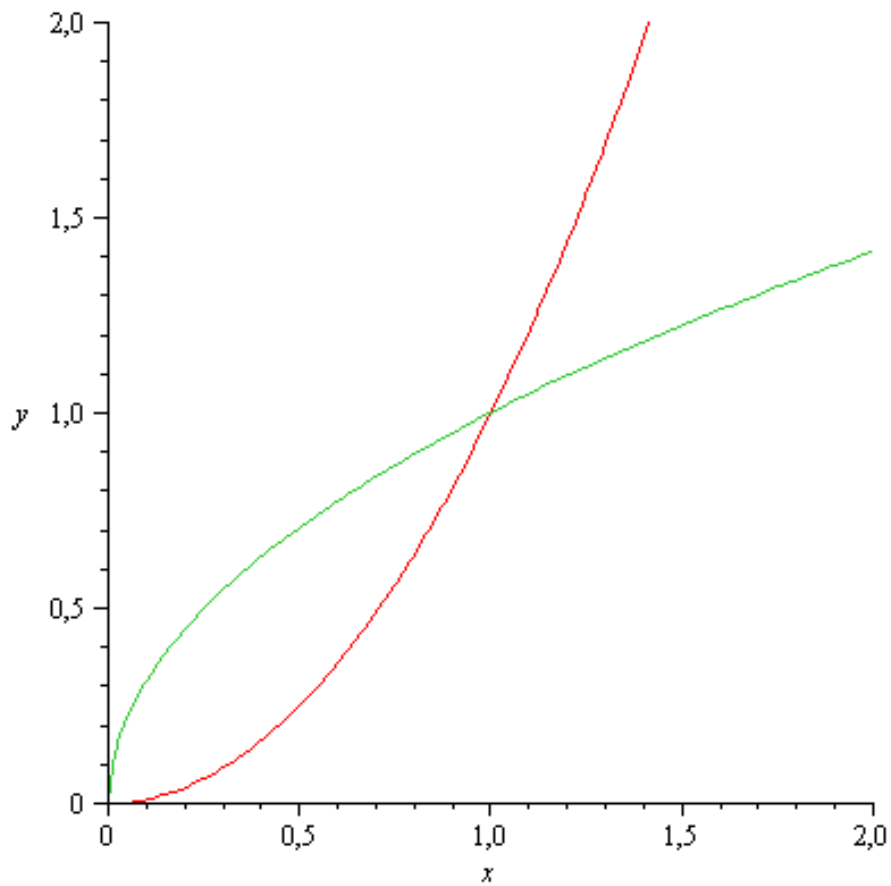


**Příklad 2: Určete definiční obor funkce**

$$f := (x, y) \rightarrow \text{sqrt}(y - x^2) - \text{sqrt}(\text{sqrt}(x) - y)$$

$$(x, y) \rightarrow \sqrt{y - x^2} - \sqrt{\sqrt{x} - y}$$

`plot([x^2, sqrt(x)], x = 0 .. 2, y = 0 .. 2);`



**Příklad 3: Ověřte, že body  $[-1, 5]$  a  $[1, 1]$  leží na stejné vrstevnici**

**funkce**  $g := (x, y) \rightarrow (2x + y)^3 - 2x + \frac{5}{y}$

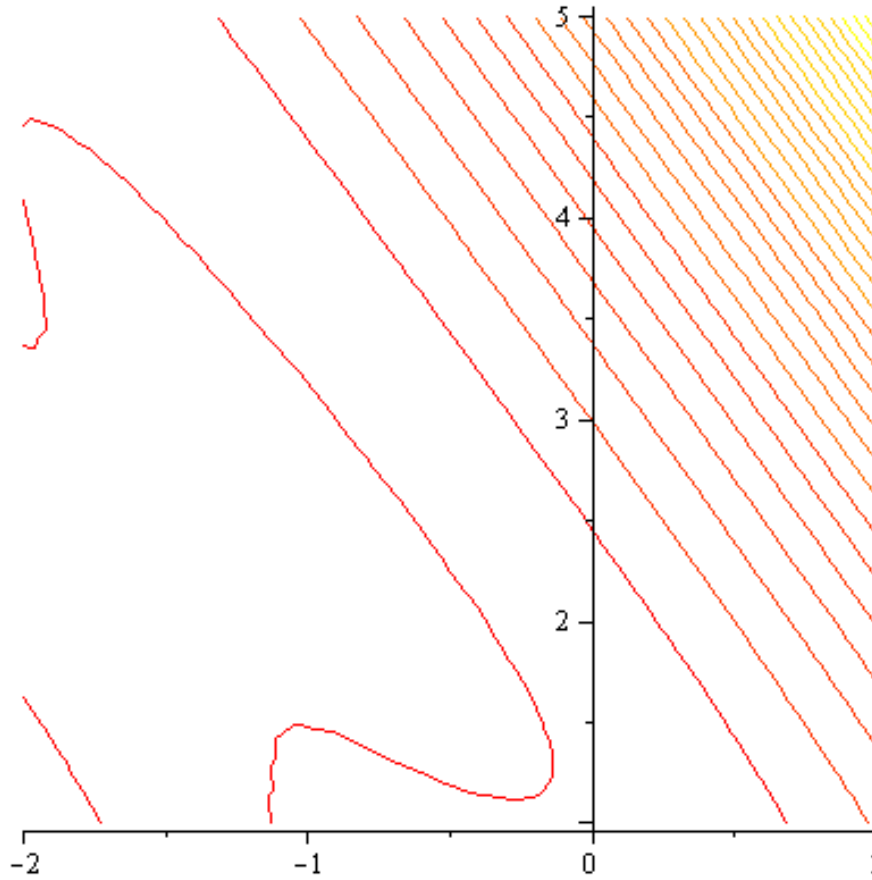
$$(x, y) \rightarrow (2x + y)^3 - 2x + \frac{5}{y}$$

$g(-1, 5); g(1, 1)$

30

30

`contourplot(g, -2..1, 1..5, contours = 30);`



**Příklad 4: Vypočítejte všechny první parciální derivace následujících funkcí:**

a)  $f(x, y, z): f := (x, y, z) \rightarrow \frac{x^4}{y z}$

$$(x, y, z) \rightarrow \frac{x^4}{y z}$$

$\text{Diff}(f(x, y, z), x) = \text{diff}(f(x, y, z), x);$

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{x^4}{y z} \right) = \frac{4x^3}{y z}$$

$\text{Diff}(f(x, y, z), y) = \text{diff}(f(x, y, z), y);$

$$\frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{x^4}{y z} \right) = -\frac{x^4}{y^2 z}$$

$\text{Diff}(f(x, y, z), z) = \text{diff}(f(x, y, z), z);$

$$\frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{x^4}{y z} \right) = -\frac{x^4}{y z^2}$$

b)  $f(x,y,z): f := (x,y) \rightarrow (x^2 + y^3 + z^4)^6$   
 $(x,y) \rightarrow (x^2 + y^3 + z^4)^6$

$Diff(f(x,y,z),x) = diff(f(x,y,z),x);$   
 $\frac{\partial}{\partial x} ((x^2 + y^3 + z^4)^6) = 12 (x^2 + y^3 + z^4)^5 x$

$Diff(f(x,y,z),y) = diff(f(x,y,z),y);$   
 $\frac{\partial}{\partial y} ((x^2 + y^3 + z^4)^6) = 18 (x^2 + y^3 + z^4)^5 y^2$

$Diff(f(x,y,z),z) = diff(f(x,y,z),z);$   
 $\frac{\partial}{\partial z} ((x^2 + y^3 + z^4)^6) = 24 (x^2 + y^3 + z^4)^5 z^3$

**Příklad 5: Mějme funkci**  $pi := (p,r,w) \rightarrow \frac{1}{4} p^2 \left( \frac{1}{r} + \frac{1}{w} \right)$   
 $(p,r,w) \rightarrow \frac{1}{4} p^2 \left( \frac{1}{r} + \frac{1}{w} \right)$

**Najděte parciální derivace pívzhledem k proměnným p, r, w. Příklad 6: Poptávka po penězích M ve Spojených Státech pro období 1929 - 1952 byla odhadnuta jako**

$M := (Y,r) \rightarrow 0.14 Y + 76.03 (r - 2)^{(-0.84)}$   
 $(Y,r) \rightarrow 0.14 Y + 76.03 (r - 2)^{(-1) \cdot 0.84}$

**pro  $(r > 2)$ , kde Y je každoroční národní důchod a r je úroková sazba měřená v procentech za rok. Najděte parciální derivace podle Y a r a diskutujte výsledky. Příklad 7: Poptávka po výrobku závisí na ceně p a ceně q nasazené konkurencí  $d := (p,q) \rightarrow a - b p q^{-\alpha}$**

$(p,q) \rightarrow a - b p q^{-\alpha}$

**kde a, b jsou kladné konstanty  $\alpha < 1$ . Najděte parciální derivace podle p a q.**

**Příklad 8: Pro funkci**  $F := (x,y,z) \rightarrow x^2 \exp(xz) + y^3 \exp(xy)$   
 $(x,y,z) \rightarrow x^2 e^{xz} + y^3 e^{xy}$

**vypočítej všechny parciální derivace a jejich hodnoty v bodě (1,1,1).**

$Diff(F(x,y,z),x) = diff(F(x,y,z),x);$   
 $\frac{\partial}{\partial x} (x^2 e^{xz} + y^3 e^{xy}) = 2x e^{xz} + x^2 z e^{xz} + y^4 e^{xy}$

$eval(%, [x = 1, y = 1, z = 1])$

$$\left. \frac{d}{dx} (x^2 e^x + e^x) \right|_{x=1} = 4e$$

*Diff*( $F(x, y, z), y$ ) = *diff*( $F(x, y, z), y$ );

$$\frac{\partial}{\partial y} (x^2 e^{xz} + y^3 e^{xy}) = 3y^2 e^{xy} + y^3 x e^{xy}$$

*eval*(%, [x = 1, y = 1, z = 1])

$$\left. \frac{d}{dy} (e + y^3 e^y) \right|_{y=1} = 4e$$

*Diff*( $F(x, y, z), z$ ) = *diff*( $F(x, y, z), z$ );

$$\frac{\partial}{\partial z} (x^2 e^{xz} + y^3 e^{xy}) = x^3 e^{xz}$$

*eval*(%, [x = 1, y = 1, z = 1])

$$\left. \frac{d}{dz} (e^z + e) \right|_{z=1} = e$$