

7. seminář: Optimalizace s omezením ve tvaru nerovností, Kuhn-Tuckerovy podmínky

Příklad 1: Řešte graficky problém

$$\max 1 - x^2 - y^2 \quad \text{s podmínkami} \quad x \geq 2 \quad \text{a} \quad y \geq 3$$

a pak sestavte a ověřte Kuhn-Tuckerovy podmínky.

Příklad 2:

- Načrtněte přípustnou množinu S pro problém $\max -\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{2}y^2$ za podmínky $x + y \geq 4$, $x \geq -1$, $y \geq 1$.
- Určete graficky řešení problému.
- Sestavte nezbytné podmínky.

Příklad 3:

- Načrtněte přípustnou množinu S pro problém $\max x + y - e^x - e^{x+y}$ za podmínky $e^{-x} - y \leq 0$, $y \leq \frac{1}{2}$.
- Zapište Kuhn-Tuckerovy nezbytné podmínky pro řešení problému.

Příklad 4:

- Zapište Lagrangian a Kuhn-Tuckerovy podmínky pro problém

$$\max -x^2 - y^2 - x \quad \text{za omezení} \quad x^2 + y^2 \leq 1.$$

- Najděte všechny dvojice (x, y) , které splňují všechny nezbytné podmínky.
- Najděte řešení problému.

Příklad 5: Řešte úlohu

a) $\max 1 - (x - 1)^2 - e^{y^2}$ s podmínkou $x^2 + y^2 \leq 1$.

b) $\max xy + x + y$ s podmínkami $x^2 + y^2 \leq 2$ a $x + y \leq 1$.

c) $\max xy$ s podmínkami $x + 2y \leq 2$, $x \geq 0$ a $y \geq 0$.

Příklad 6: Uvažuj problém nelineárního programování:

a)

$$\max \ln(x+1) + \ln(y+1) \quad \text{za podmínek} \quad \begin{cases} x + 2y \leq \frac{5}{2} \\ x + y \leq 2 \end{cases}.$$

Napište Kuhn-Tuckerovy podmínky pro řešení problému $[x, y]$.

b) Ověřte, zda jsou podmínky splněny v bodě $[1, 5; 0, 5]$.

Příklad 7: Zjistěte, zda má následující problém řešení:

$$\min 4 \ln(x^2 + 2) + y^2 \quad \text{s podmínkami} \quad x^2 + y \geq 2 \quad \text{a} \quad x \geq 1.$$