Seminář 7 **Příklad 1:** Řešte graficky problém maximalizace funkce

$f := (x, y) \rightarrow 1 - x\hat{}2 - y\hat{}2$

$$(x, y) \rightarrow 1 - x^2 - y^2$$

s podmínkami x >= 2, y >=3a pak sestavte a ověřte Kuhn-Tuckerovy podmínky.

$with(plots) : graf1 := contourplot(1 - x\hat{}2 - y\hat{}2, x = -3 ..5, y = -3 ..5, contours = 30);$

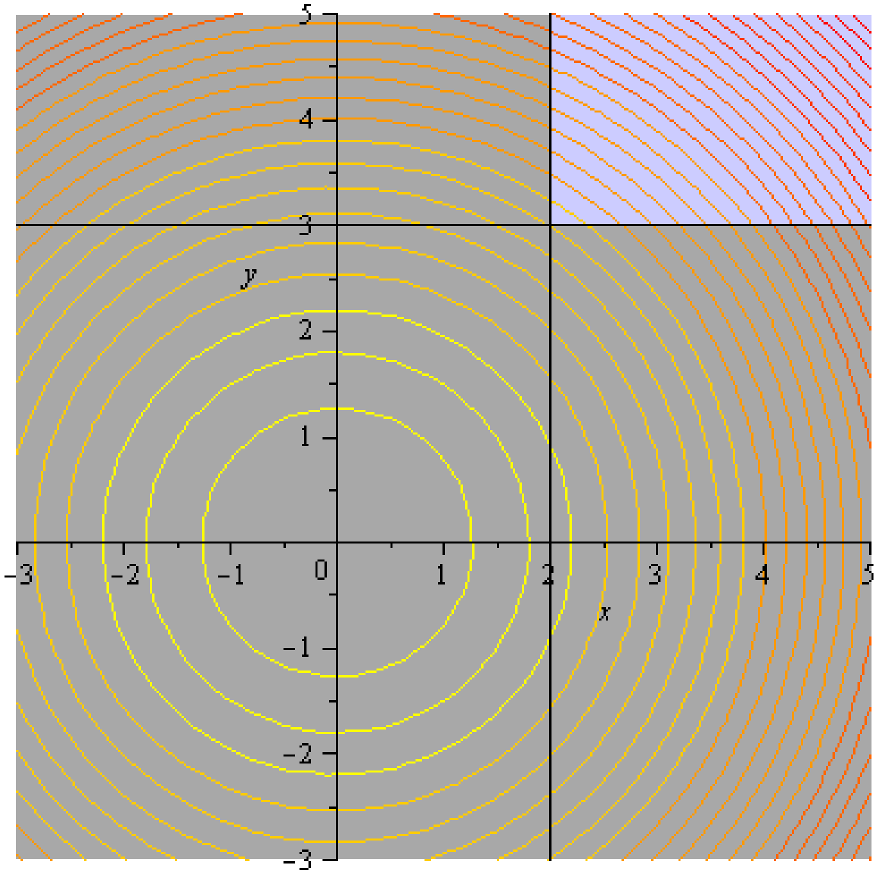
$$PLOT(\ldots)$$

$graf2 := \text{inequal}(\{x \geq 2, y \geq 3\}, x = -3 ..5, y = -3 ..5);$

$$PLOT(\ldots)$$

Vykreslíme

$display([graf1, graf2]);$



Lagrangeova funkce a KKT podmínky

$L := (x, y, m, n) \rightarrow f(x, y) + m \cdot (x - 2) + n \cdot (y - 3);$

$$(x, y, m, n) \rightarrow f(x, y) + m (x - 2) + n (y - 3)$$

$diff(L(x, y, m, n), x);$

$$-2x + m$$

$diff(L(x, y, m, n), y);$

$$-2\,y+n$$

$diff\,(L(x,y,m,n),m);$

$$x-2$$

$diff\,(L(x,y,m,n),n);$

$$y-3$$

$solve(\ \{diff\,(L(x,y,m,n),x)=0, diff\,(L(x,y,m,n),y)=0, m\cdot diff\,(L(x,y,m,n),m)=0, n\cdot diff\,(L(x,y,m,n),n)=0, diff\,(L(x,y,m,n),m)\geq 0, diff\,(L(x,y,m,n),n)\geq 0\}, [x,y,m,n]);$

$$[[x=2, y=3, m=4, n=6]]$$

Příklad 2: Načrtněte přípustnou množinu S pro problém maximalizace

$f := (x,y) \rightarrow -\left(x+\frac{1}{2}\right)\verb|^|2-\frac{1}{2}y\verb|^|2$

$$(x,y)\rightarrow -\left(x+\frac{1}{2}\right)^2-\frac{1}{2}\,y^2$$

za podmínky x + y >= 4, x >= -1, y >= 1.Sestavte nezbytné podmínky.Určete graficky řešení problému.

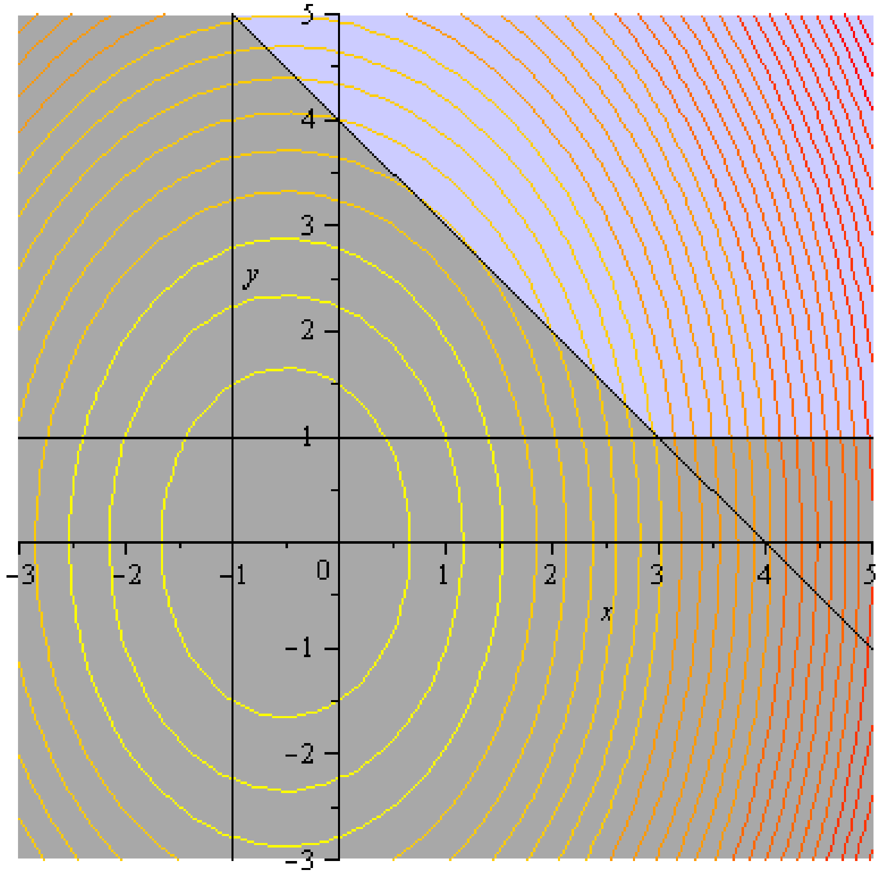
$with\,(plots): graf1 := contourplot\,(\mathrm{f}(\mathrm{x},\mathrm{y}), x=-3..5, y=-3..5, contours=30);$

$$PLOT(\dots)$$

$graf2 := \mathrm{inequal}(\ \{\mathrm{x}+\mathrm{y}\geq 4, \mathrm{x}\geq -1, \mathrm{y}\geq 1\}, \mathrm{x}=-3..5, \mathrm{y}=-3..5\ );$

$$PLOT(\dots)$$

$display([graf1, graf2]);$



Lagrangeova funkce a KKT podmínky

$L := (x, y, m, n, k) \rightarrow f(x, y) + m \cdot (x + y - 4) + n \cdot (x + 1) + k \cdot (y - 1);$

$$(x, y, m, n, k) \rightarrow f(x, y) + m\,(x + y - 4) + n\,(x + 1) + k\,(y - 1)$$

$diff(L(x, y, m, n, k), x);$

$$-2\,x - 1 + m + n$$

$diff(L(x, y, m, n, k), y);$

$$-y + m + k$$

$diff(L(x, y, m, n, k), m);$

$$x + y - 4$$

$diff(L(x, y, m, n, k), n);$

$$x + 1$$

$diff(L(x, y, m, n, k), k);$

$$y - 1$$

$solve(\ \{diff(L(x, y, m, n, k), x) = 0, diff(L(x, y, m, n, k), y) = 0, m \cdot diff(L(x, y, m, n, k), m) = 0, n \cdot diff(L(x, y, m, n, k), n) = 0, diff(L(x, y, m, n, k), m) \geq 0, diff(L(x, y, m, n, k), n) \geq 0, k \cdot diff(L(x, y, m, n, k), k) = 0, diff(L(x, y, m, n, k), k) \geq 0\}, [x, y, m, n, k]);$

$$[[x = 1, y = 3, m = 3, n = 0, k = 0], [x = -1, y = 5, m = 5, n = -6, k = 0], [x = 3, y = 1, m = 7, n = 0, k = -6]]$$

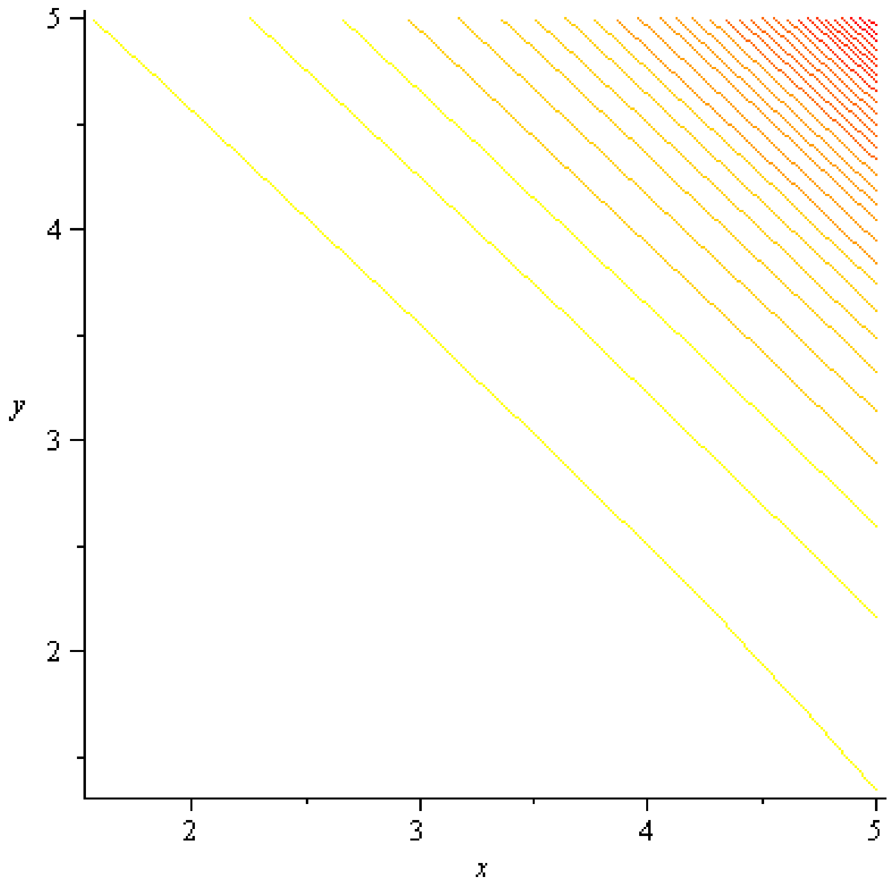
Příklad 3:

Načrtněte přípustnou množinu S pro problém max $f := (x, y) \to x + y - \exp(x) - \exp(x + y)$

$$(x, y) \to x + y - e^{x} - e^{x+y}$$

za podmínky exp(-x) - y <=0 0, y <= 1/2.Zapište Kuhn-Tuckerovy nezbytné podmínky pro řešení problému.

$with(plots) : contourplot(f(x, y), x = -3..5, y = -3..5, contours = 30);$



$L := (x, y, m, n) \to f(x, y) - m \cdot (\exp(-x) - y) - n \cdot \left(y - \frac{1}{2}\right);$

$$(x, y, m, n) \to f(x, y) - m\left(e^{-x} - y\right) - n\left(y - \frac{1}{2}\right)$$

$diff(L(x, y, m, n), x);$

$$1 - e^{x} - e^{x+y} + m\,e^{-x}$$

$diff(L(x, y, m, n), y); diff(L(x, y, m, n), m);$

$$-e^{-x} + y$$

$diff(L(x, y, m, n), n);$

$$-y+\frac{1}{2}$$

solve({*diff* (*L*(*x*, *y*, *m*, *n*), *x*) = 0, *diff* (*L*(*x*, *y*, *m*, *n*), *y*) = 0, *m* · *diff* (*L*(*x*, *y*, *m*, *n*), *m*) = 0, *diff* (*L*(*x*, *y*, *m*, *n*), *n*) = 0}, [*x*, *y*, *m*, *n*]) ;

$$\left[\left[x=-\ln\left(1+e^{\frac{1}{2}}\right), y=\frac{1}{2}, m=0, n=\frac{1}{1+e^{\frac{1}{2}}}\right], \left[x=\ln(2), y=\frac{1}{2}, m=2+4\,e^{\frac{1}{2}}, n=3+2\,e^{\frac{1}{2}}\right]\right]$$