Polhůtní, předlhůtní úrok, lineární a exponenciální úročení

Motivace?

Úvod do Socrative

Room name: FIMA

Jak hodnotíte své znalosti?

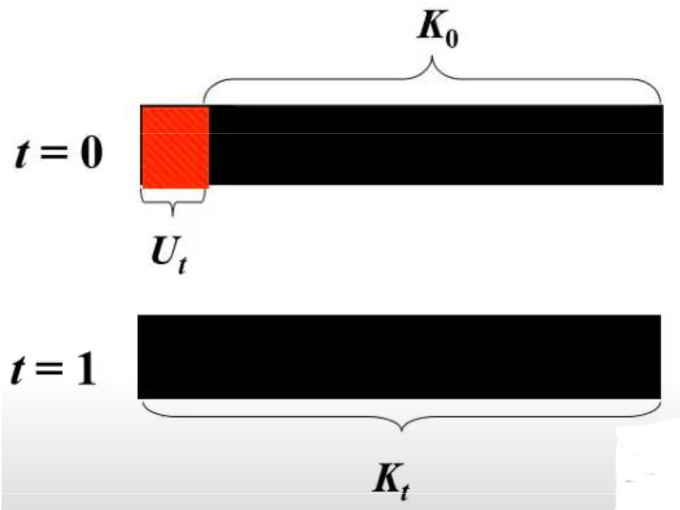
Základní typy úročení

- <u>Způsoby úročení</u>:
  - **Jednoduché** – vyplácené úroky se k původní uložené peněžní částce *ne*přičítají a dále se *ne*úročí
  - **Složené** – úroky se připisují k uložené peněžní částce a *spolu s ní se dále úročí*

- <u>Dle připisování úroků</u>:
  - **Polhůtní** – úroky se platí (připisují) *na konci* úrokového období
  - **Předlhůtní** – úroky se platí *na začátku* úrokového období

MUNI ECON

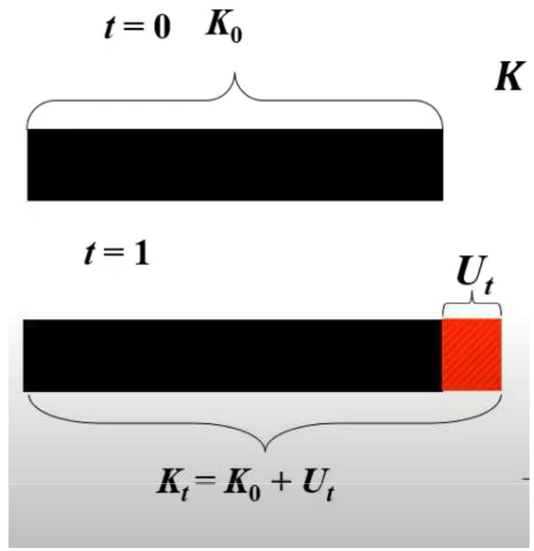
Předlhůtní / polhůtní úročení



Tok času:

100 Kč $\xrightarrow{r\,=\,10\,\%}$ 110 Kč

99 Kč $\xleftarrow{d\,=\,10\,\%}$ 110 Kč



Jednoduché úročení (polhůtní)

- Výpočet úroků vychází ze stále stejného základu – úroky se k původnímu kapitálu nepřidávají a dále neúročí.
- Nejčastější v situacích, kdy doba půjčky není delší než jeden rok.

$$\mathbf{FV = PV + PV.\,r.\,t}$$

$$\mathbf{= PV + I}$$

$$\mathbf{I = PV.\,r.\,t}$$

Kde:

FV – budoucí hodnota

PV – současná hodnota

r – úroková míra

t – doba úročení

I - úrok

MUNI ECON

Jednoduché úročení předlhůtní = obchodní diskont

- nehovoříme o úroku, ale o diskontu.
- stanovení diskontu z konečné výše kapitálu v čase t (FV)
- Pokud je tedy diskont 10 %, potom z částky 100 Kč, obdrží dlužník pouze 90 Kč, ale v den splatnosti musí vrátit 100 Kč.
- Typické pro operace se směnkami (eskont směnek, operace s dluhopisy tzv. diskontované dluhopisy)
- Současnou hodnotu kapitálu P neboli jistinu, získáme z následujícího vzorce:

$$\mathbf{PV = FV - FV.\ d.\ t}$$

$$\mathbf{= FV - D}$$

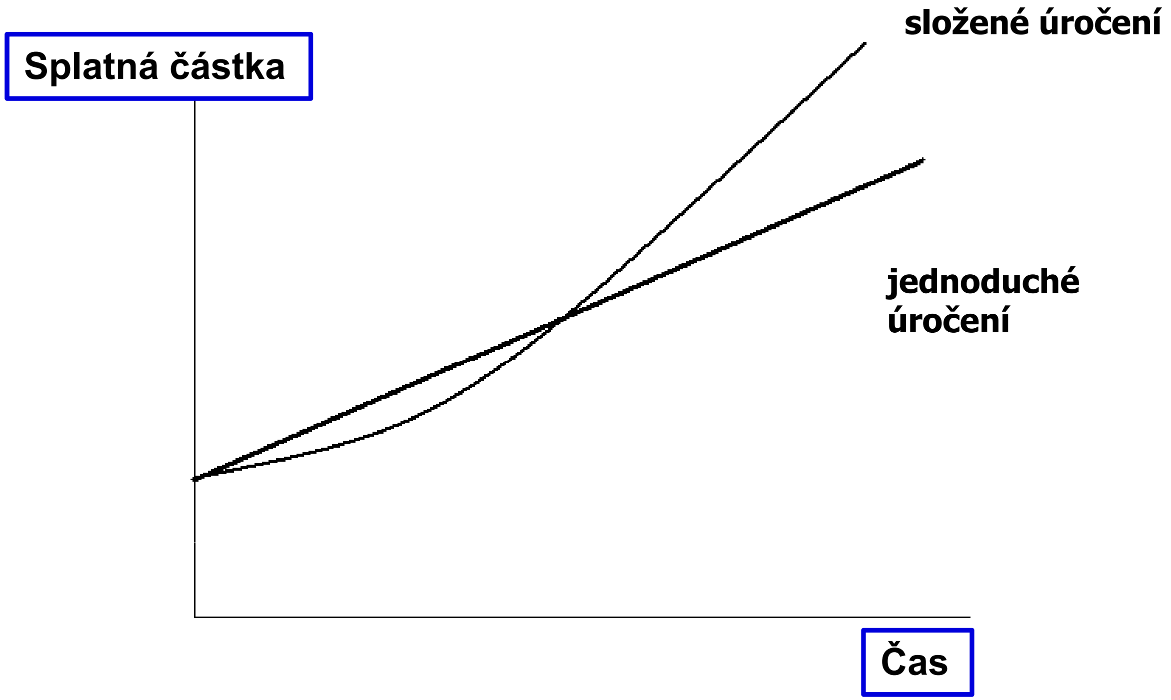
$$\mathbf{D = FV.\ d.\ t}$$

Kde:

FV – splatná jistina, PV – současná hodnota, r – úroková míra, t – doba úročení, D - diskont

Složené úročení

- Úroky se přidávají k původnímu kapitálu a dále se úročí, tzv. úroky z úroků.
- Exponenciální narůstání základu.



$$FV = PV \cdot (1+r)^t$$

MUNI ECON

Efektivní úroková míra

- Jak velká roční nominální míra při ročním skládání odpovídá roční nominální míře při denním, měsíčním nebo jiném skládání.

$$r_e = \left(1 + \frac{r}{m}\right)^m - 1$$

kde r_e… roční efektivní úroková míra,
r… roční nominální úroková míra,
m … četnost skládání úroků.

Frekvence úročení:

p.a. = roční (*per annum*)

p.s. = pololetní (*per semestre*)

p.q. = čtvrtletní (*per quartale*)

p.m. = měsíční (*per mensem*)

p.sept. = týdně (*per septimanam*)

p.d. = denně (*per diem*)

Vzorový příklad – jednoduché úročení

Klient měl od 8.3.2009 do 5.5.2009 uloženo ve spořitelně 15 000,00 Kč na 8% úrokovou sazbu p.a. Kolik Kč činil úrok za tuto dobu?

Jak řešíme?

Vzorový příklad - řešení

- $t = 57$ dní $= 57/360$
- $PV = 15\,000$
- $r = 8\ \% = 0{,}08$ (p.a.)

$$\text{Úrok} = \boldsymbol{I} = \boldsymbol{PV} \times \boldsymbol{r}\ \times \boldsymbol{t} = \mathbf{15\,000} \times \left(\mathbf{0,08} \times \frac{\mathbf{57}}{\mathbf{360}}\right) = \mathbf{190}\ \boldsymbol{K}\text{č}$$

Vzorový příklad - diskont

Dostal jste se do finančních problémů a nutně potřebujete prostředky. Máte směnku na 2 000 000 Kč, kterou donesete do banky, aby Vám ji eskontovala. Banka Vám vyplatila 1 950 000, její diskontní sazba je 5 %, kolik dní před splatností byla Vaše směnka?

Jak řešíme?

Vzorový příklad - řešení

- FV = 2 000 000
- PV = 1 950 000
- r = 5 % = 0,05 (p.a.)

$$\mathbf{1\,950\,000 = 2\,000\,000} \times \left(\mathbf{1 - 0,05} \times \frac{\boldsymbol{X}}{\mathbf{360}}\right)$$

$$\boldsymbol{X} = \mathbf{180}\ \boldsymbol{dn}\text{í}$$

Vzorový příklad – složené úročení

Určete výši zúročeného kapitálu 12 000 Kč, je-li úroková sazba 1% p.a. při složeném úročení, jestliže úročení je měsíční a tato částka je uložená 3 roky.

Jak řešíme?

Vzorový příklad - řešení

- t = 3 roky
- PV = 12 000
- r = 1 % = 0,01 p.a.
- Měsíční frekvence úročení

$$\boldsymbol{FV = 12\,000 \times (1 + \frac{0,01}{12})^{12 \times 3} = 12\,365,3}$$

MUNI ECON

Příklad Socrative 1

- Vypočítejte úrok, který obdržíte ke konci roku, pokud víte následující informace: Klient uložil do banky 4. 1. částku 8 000 Kč, dne 18. 2. částku 4 500 Kč a 14. 4. 2 400 Kč. Úroková sazba byla 6 % p.a.

Příklad Socrative 1 - řešení

8 000 Kč

4.1. – 31.12..

t = 356/360

4 500 Kč

18.2. – 31.12.

t = 312/360

2 400 Kč

14.4.-31.12.

t = 256/360

I = 8 000 * 356/360 * **0,06** + 4 500 * 312/360 * **0,06** + 2 400 * 256/360 * **0,06**
I = (8 000 * 356/360 + 4 500 * 312/360 + 2 400 * 256/360) * **0,06**
<u>I = 811,07 Kč</u>

Příklad Socrative 2

Dlužník vystavil dlužní úpis na 20 000 Kč, splatných i s úrokem za 8 měsíců při 8% p.a. Za měsíc po vystavení dlužního úpisu jej věřitel prodal jiné osobě, která diskontuje dlužní úpisy 9% p.a. Kolik dostane věřitel za dlužní úpis?

Příklad Socrative 2 - řešení

t = 8 měsíců, r = 8 % p.a.

$\mathbf{20\,000}\ \boldsymbol{K}\text{č}$ → $\mathbf{21066,67}\ \boldsymbol{K\check{c}}$

100 % → X %

t = 7 měsíců, d = 9 % p.a.

$\mathbf{19\,960,67}\ \boldsymbol{K}\text{č}$ ← $\mathbf{21066,67}\ \boldsymbol{K\check{c}}$

X % ← 100 %

1. $\mathrm{FV} = 20000 \times \left(1 + \frac{0{,}08 \times 8}{12}\right) = 21066{,}67\ \text{Kč}$
2. $\mathrm{PV} = 21066{,}7 \times \left(1 - \frac{0{,}09 \times 7}{12}\right) = 19960{,}67\ \text{Kč}$

Příklad Socrative 3

Jak dlouho bylo uloženo 15 000 Kč, jestliže tento vklad vzrostl na 21 000 Kč při složeném úročení a 4% úrokové sazbě p.a.?

Příklad Socrative 3 - řešení

- PV = 15 000
- FV = 21 000
- r = 4 % p.a.
- t = ?

$$FV = PV \cdot (1 + r)^t$$

$$21000 = 15000 \cdot (1 + 0{,}04)^t$$

$$\frac{21000}{15000} = (1 + 0{,}04)^t$$

$$\ln\left(\frac{21000}{15000}\right) = t \cdot \ln(1 + 0{,}04)$$

$$t = 8{,}58\ let$$

Příklad Socrative 4

Určete úrokovou míru p.a., při které se zvýší počáteční hodnota kapitálu na svůj dvojnásobek za 16 let, při měsíčním úročení.

Příklad Socrative 4 - řešení

- r = ? p.a.
- PV = ?
- FV = 2 PV
- t = 16 let
- ÚO = 1 měsíc

$$FV = PV \cdot (1 + r)^t$$

$$2 \cdot PV = PV \cdot \left(1 + \frac{r}{12}\right)^{t \cdot 12}$$

$$r = \left(\sqrt[16 \cdot 12]{2} - 1\right) \cdot 12$$

$$r = 4{,}34\ \%\ \mathrm{p.\,a.}$$

MUNI
ECON

Otázka na závěr?

Děkuji za aktivní účast

v případě dotazů se ptejte,

nebo pište ☺

MUNI ECON