

MUNI
ECON

Základy filozofie

logika

Jan Štěpánek

Tomáš Ondráček

ondracek.t@mail.muni.cz

Faculty of Economics and Administration, Masaryk University

2020

Obsah

ÚVOD

Co je logika?

Jaké logiky existují?

VÝROKOVÁ LOGIKA

základní logické operátory

ověřování platnosti úsudků

vybraná usuzovací schémata VL

PREDIKÁTOVÁ LOGIKA

logický čtverec

sylogismy

zkoumání jazyka

- Syntax
 - zkoumá pouze znaky jako takové (např. jejich řetězení ve znaky složené)
- Sémantika
 - zkoumá vztahy znaků a jejich významů
- Pragmatika
 - zkoumá řečové akty uživatelů daného jazykového systému s ohledem k jejich záměrům, kontextu výpovědi atp.

Co je logika?

Logika

Nauka o vyplývání.

Vyplývání

Závěr Z vyplývá z premis P_1, P_2, \dots, P_n právě tehdy, když Z je pravdivý za všech okolností, za nichž jsou pravdivé rovněž premisy P_1, P_2, \dots, P_n .

- Nesmí tedy nastat situace, kdy máte pravdivé premisy a nepravdivý závěr.

argumenty: vymezení

Argument v logice

Argument je tvořen alespoň dvěma tvrzeními, přičemž účelem jednoho (premisy) je podpořit platnost druhého (závěru).

argumenty: dělení

- Deduktivní
 - Ve formálně správném argumentu závěr nutně plyne z premis.
- Induktivní
 - Je zde pravděpodobná souvislost mezi premisami a závěrem.
 - *Je možné*, že premisy budou pravdivé, ale závěr nepravdivý.
- ...

- V deduktivních argumentech jde o vztah *vyplývání*, který studuje právě logika.

výroková logika

- Jednoduchý logický systém, na jehož základě jsou budovány ostatní logické systémy.
- Nabízí pouze velmi hrubé možnosti analýzy jazyka.
- Pracuje pouze s výroky.

Výrok

Věta u níž má smysl se ptát, zda je pravdivá, či nepravdivá.

- Výroky nejsou např. věty rozkazovací, přací a tázací.

predikátová logika

- Nabízí jemnější možnosti analýzy jazyka.
- Umí pracovat s predikáty a relacemi.
- Kvantifikátory umožňují analýzu obecných a částečných tvrzení.

logika a pravdivostní hodnoty

- Klasická výroková a predikátová logika jsou dvouhodnotové systémy.

Princip dvouhodnotovosti/bivalence

Každý výrok je buď pravdivý, nebo nepravdivý.

- Valuace je totální funkce.
 - Veškeré výroky mají právě jednu z pravdivostních hodnot.

Pravdivostní hodnoty

Pravdivostní hodnoty jsou Pravda a Nepravda (True a False), zkracují se jako P a N (popř. T a F), často se používá numerické označení 1 a 0.

- Mnohé logické systémy ale *princip dvouhodnotovosti* neuznávají.

kompozicionalita

Princip kompozicionality

Pravdivostní hodnota složeného výroku je jednoznačně určena pravdivostními hodnotami jeho složek.

- Pravdivostní hodnotu složeného výroku určují pravdivostní hodnoty dílčích výroků a sémantika spojek, jež je spojují.

kompozicionalita – důsledek

- Pro každý výrok lze sestavit úplnou tabulku pravdivostních hodnot.

p	\rightarrow	$(q$	\vee	\neg	$r)$
1	1	1	1	0	1
1	1	1	1	1	0
1	0	0	0	0	1
1	1	0	1	1	0
0	1	1	1	0	1
0	1	1	1	1	0
0	1	0	0	0	1
0	1	0	1	1	0

parcialita, *gaps* & *gluts*

- Valuace je parciální funkce.
 - Ne každý výrok má přiřazenu pravdivostní hodnotu.
 - Některé výroky nemají pravdivostní hodnotu a nelze je proto analyzovat.
- V případě některých vět máme pravdivostní mezery (*truth value gaps*).
- Oproti tomu jiní zastávají názor, že některé věty mají obě pravdivostní hodnoty zároveň (*truth value gluts*).
 - Existují pravdivé kontradikce – *dialetheie*.

vícehodnotové logiky

- Zavedení dalších pravdivostních hodnot.
- Náčrt trojhodnotové logiky u Charlese Sanderse Peirce.
- Rozvoj vícehodnotových logik v rámci Lvovsko-varšavské školy (Jan Łukasiewicz).
- Trojhodnotové logiky, čtyřhodnotové logiky, ...
- Fuzzy logiky.

další logické systémy

Modální logiky

Obohacení o operátory možnosti (\diamond) a nutnosti (\square).

Epistemické a doxastické logiky

Obohacení o operátor znalosti, resp. domnívání se.

Temporální logiky

Obohacení o temporální faktor.

Erotické logiky

Možnost analýzy otázek.

Deontické logiky

Možnost analýzy závazků.

⋮

negace

Negace (\neg , „ne“)

\neg	p
0	1
1	0

- Negace obrací pravdivostní hodnotu (složeného) výroku.
- Předpona „ne-“ spjatá se slovesem, např. „*Není pravda, že...*“.
- Příklady vět:
 - Neprší.

binární pravdivostní funkce

Binární pravdivostní funkce

	f_1^2 T	f_2^2 ∨	f_3^2 ←	f_4^2	f_5^2 →	f_6^2	f_7^2 ↔	f_8^2 ∧
$\langle 1, 1 \rangle$	1	1	1	1	1	1	1	1
$\langle 1, 0 \rangle$	1	1	1	1	0	0	0	0
$\langle 0, 1 \rangle$	1	1	0	0	1	1	0	0
$\langle 0, 0 \rangle$	1	0	1	0	1	0	1	0

	f_9^2 ↑	f_{10}^2 ∇	f_{11}^{20}	f_{12}^2 ↗	f_{13}^2	f_{14}^2	f_{15}^2 ↓	f_{16}^2 K
$\langle 1, 1 \rangle$	0	0	0	0	0	0	0	0
$\langle 1, 0 \rangle$	1	1	1	1	0	0	0	0
$\langle 0, 1 \rangle$	1	1	0	0	1	1	0	0
$\langle 0, 0 \rangle$	1	0	1	0	1	0	1	0

konjunkce

Konjunkce (\wedge , „a“)

p	\wedge	q
1	1	1
1	0	0
0	0	1
0	0	0

- Konjunkce je pravdivá tehdy, když jsou pravdivé oba výroky (tzv. *konjunkt*), jež spojuje.
- Typicky spojka „a“, ale i „příčemž“, „kdežto“, „ale“, „jenže“,...
- Příklady vět:
 - V Brně prší a je zima.

disjunkce

Disjunkce (\vee , „nebo“)

p	\vee	q
1	1	1
1	1	0
0	1	1
0	0	0

- (Slučovací) disjunkce je pravdivá tehdy, když je pravdivý alespoň jeden z výroků (tzv. *disjunktů*) jí spojených .
- Pojí se s výrazem „*nebo*“, případně „*či*“.
- Příklady vět:
 - Petr si chce koupit auto nebo motorku.

vylučovací disjunkce

Vylučovací disjunkce ($\vee\vee$, $\underline{\vee}$, „bud’to, anebo“)

p	$\underline{\vee}$	q
1	0	1
1	1	0
0	1	1
0	0	0

- Je pravdivá pouze v případě, že je pravdivý *právě jeden* z disjunktů.
- Často se pojí s výrazem „*bud’ ... , anebo ...*“.
- Od slučovací disjunkce se dá odlišit i použitím čárky před „*nebo*“.
- Příklady vět:
 - Petr si koupí auto, nebo motorku.

implikace

Implikace (\rightarrow , „jestliže, pak“)

p	\rightarrow	q
1	1	1
1	0	0
0	1	1
0	1	0

- Implikace je nepravdivá jen tehdy, když je její první člen (*antecedent*) pravdivý a druhý člen (*konsekvent*) nepravdivý.
- Vyjadřována výrazy „*jestliže ... , pak ...*“, „*když ... , tak ...*“ apod.
- Příklady vět:
 - Jestliže bude pršet, tak si vezmu deštník.

ekvivalence

Ekvivalence (\leftrightarrow , „právě tehdy, když“)

p	\leftrightarrow	q
1	1	1
1	0	0
0	0	1
0	1	0

- Jde o implikaci oběma směry.
- Ekvivalence je pravdivá v případě, že oba její členy mají stejnou pravdivostní hodnotu.
- Obraty jako „...*právě tehdy, když* ...“, „...*tehdy a jen tehdy* ...“ atd.
- Příklady vět:
 - Do kina půjdeš jen tehdy, když si uděláš domácí úkol.

ověřování platnosti úsudků metodou protipříkladu

- Jde o důkaz sporem.
- Cílem je zjistit, zda je logicky možné, aby byly premisy pravdivé a závěr nepravdivý.
 - Pokud se podaří nalézt takovou valuaci, úsudek není platný.

Příklad ověření platnosti úsudku metodou protipříkladu

$p_0 \rightarrow (q_1 \vee r_1)$	1
q_1	1
<hr/>	
$r_1 \rightarrow p_0$	0

tautologie a kontradikce

Tautologie / logicky platná formule

Výrokově-logickou tautologií je formule, která nabývá hodnoty P při každém ohodnocení výrokových proměnných.

Kontradikce / nesplnitelná formule

Výrokově-logickou kontradikcí je formule, která nabývá hodnoty N při každém ohodnocení výrokových proměnných.

vybrané tautologie a kontradikce

Zákon vyloučeného třetího

$$p \vee \neg p$$

Zákon sporu

$$\neg(p \wedge \neg p)$$

De Morganův zákon*

$$\neg(p \vee q) \leftrightarrow (\neg p \wedge \neg q)$$

vybraná usuzovací schémata VL

Modus ponens

$$A \rightarrow B$$

$$A$$

$$B$$

Tvrzení konsekventu – neplatné usuzovací schéma!

$$A \rightarrow B$$

$$B$$

$$A$$

vybraná usuzovací schémata

Modus tollens

$$A \rightarrow B$$

$$\neg B$$

$$\neg A$$

Popírání antecedentu – neplatné usuzovací schéma!

$$A \rightarrow B$$

$$\neg A$$

$$\neg B$$

vybraná usuzovací schémata

Reductio ad absurdum

$$A \rightarrow B$$

$$A \rightarrow \neg B$$

$$\hline \neg A$$

Disjunktivní sylogismus

$$A \vee B$$

$$A \vee B$$

$$\neg A$$

nebo

$$\neg B$$

$$\hline B$$

$$\hline A$$

predikátová logika

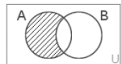
- Využívá stejné operátory jako výroková logika, ale obsahuje několik rozšíření.
- Kvantifikátory:
 - \forall – obecný kvantifikátor; „Všechna A jsou B “.
 - \exists – částečný kvantifikátor; „Některá A jsou B “.
- Zjemnění analýzy jazyka díky možnosti pracovat s *predikáty* (být filozof, být červený, být pes,...) a obecně s n -árnými *relacemi* (mít rád, být potomkem,...).

kladné soudy

Obecný kladný soud

„Každé A je B.“

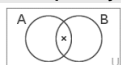
Žádné individuum nemá vlastnost A, aniž by mělo vlastnost B;
nezavazujeme se však k existenci nějakého A.



Částečný kladný soud

„Některá A jsou B.“

Alespoň jedno individuum má vlastnosti A i B.

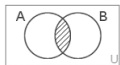


záporné soudy

Obecný záporný soud

„Žádné A není B.“

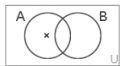
Žádný prvek A nenáleží zároveň do množiny B.



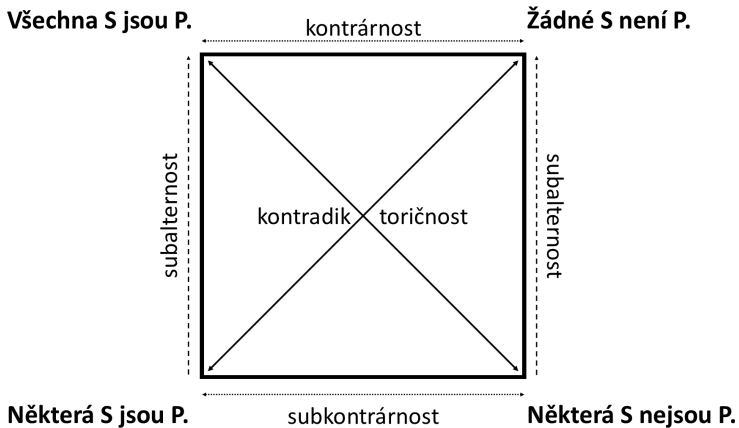
Částečný záporný soud

„Některá A nejsou B.“

Alespoň jedno individuum má vlastnost A, avšak nemá vlastnost B.



logický čtverec



vztahy výroků logického čtverce 1/2

Kontradiktoričnost (kontradikčnost, protikladnost)

- Negace daného výroku;
dané výroky mají opačnou pravdivostní hodnotu.
- Např.:
 - „Všechny labutě jsou bílé.“
 - „Některé labutě nejsou bílé.“

Subalternost (podřazenost)

- Lze přejít od a k i (nikoli však naopak),
lze přejít od e k o (nikoli však naopak),
čili a implikuje i a e implikuje o .
- Např.:
 - „Všechny labutě jsou bílé“
 - „Některé labutě jsou bílé“

vztahy výroků logického čtverce 2/2

Kontrárnost (protiva)

- Výroky a a e nemohou být oba pravdivé, ovšem oba mohou být nepravdivé.
- Např.:
 - „Všechny labutě jsou bílé.“
 - „Žádné labutě nejsou bílé.“

Subkontrárnost (podprotiva)

- Výroky o a i nemohou být oba nepravdivé, ovšem oba mohou být pravdivé.
- Např.:
 - „Některé labutě jsou bílé.“
 - „Některé labutě nejsou bílé.“

sylogismy

Kategorický sylogismus

Úsudek mající právě dvě premisy (*vyšší* a *nižší premisu*) a jeden závěr. Premisy a závěr jsou složeny právě a pouze ze *tří termínů*, tj. (obvykle monadických) predikátů:

- *subjektu S*
- *predikátu P*
- *středního (či mediálního) členu M*
– vyskytuje v obou premisách, avšak nikoli v závěru

M a P Všechny ryby umí plavat.

- S a M Všichni tuňáci jsou ryby.

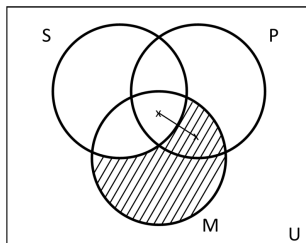
S a P Všichni tuňáci umí plavat.

ověřování platnosti sylogismů pomocí Vennových diagramů

Některá M jsou P.

Žádné M není S.

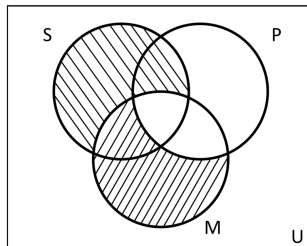
Některá S jsou P.



Všechna M jsou P.

Všechna S jsou M.

Některá S jsou P.



základní pravidla pro určení platnosti sylogismů

- Ze dvou částečných soudů nic neplyne.
 - Alespoň jedna premisa musí být obecná.
- Ze dvou záporných soudů nic neplyne.
 - Alespoň jedna premisa musí být kladná.
- Když jsou obě premisy obecné, závěr nemůže být částečný.
- Je-li jedna premisa záporná, tak je i závěr záporný.
- Je-li jedna premisa částečná, tak je i závěr částečný.

shrnutí

- Logika je nauka o vyplývání.
 - Závěr vyplývá z premis tehdy, když nemůže nastat situace, aby premisy byly pravdivé a závěr nepravdivý.
- Negace obrací pravdivostní hodnotu výroku.
- Konjunkce je pravdivá jen tehdy, když jsou pravdivé oba dva konjunktivy.
- Disjunkce je pravdivá jen tehdy, když je pravdivý alespoň jeden z disjunktů.
- Implikace je nepravdivá jen v případě, kdy je antecedent pravdivý a konsekvent nepravdivý.
- Ekvivalence je pravdivá tehdy, když mají oba její členy stejnou pravdivostní hodnotu.

shrnutí

- Formální platnost argumentu lze ověřit metodou protipříkladu.
 - Pokud je možné modelovat situaci, v níž jsou premisy pravdivé, ale závěr nepravdivý, argument je formálně neplatný.
- Negací obecného kladného výroku je částečný záporný výrok a naopak.
- Negací obecného záporného výroku je částečný kladný výrok a naopak.
- K ověřování platnosti sylogismů lze použít Vennovy diagramy.

ZDROJE

Priest, G. (2007). *Logika*. Dokořán.

Raclavský, J. (2015a). *Úvod do logiky: klasická predikátová logika*. Masarykova univerzita.

Raclavský, J. (2015b). *Úvod do logiky: klasická výroková logika*. Masarykova univerzita.

Tato prezentace vznikla za podpory
Fondu rozvoje Masarykovy univerzity
Projekt: MUNI/FR/1266/2017
Inovace výuky filozofie a etiky pro studenty ESF

M A S A R Y K O V A
U N I V E R Z I T A