

Matematika 0

Množiny a výroková logika

Příklad 0.1 Mějme množinu A všech jednociferných prvočísel a množinu B všech lichých čísel menších nebo rovno 10. Vypište množiny výčtem prvků a dále určete

a) $A \cup B$ b) $A \cap B$ c) $A \setminus B$ d) $B \setminus A$ e) $(A \setminus B) \times (B \setminus A)$

Příklad 0.2 Jsou dány tři intervaly $A = \langle -7; 2 \rangle$, $B = \langle -2; 5 \rangle$, $C = \langle 2; \infty \rangle$. Určete:

a) $A \cap B$ b) $A \cup B$ c) $(A \cup B) \cap C$ d) $(A \cap B) \cup C$ e) $(A \cap C)$
f) $(A \cap C) \cup (B \cap C)$

Příklad 0.3 Pomocí Vennových diagramů ukažte, které množinové rovnosti jsou platné:

- $A \cup (A \cap B) = A$
- $A \setminus B = (A \cup B) \cap B$
- $A \setminus (B \cap C) = (A \setminus B) \cup (A \setminus C)$
- $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$

Příklad 0.4 Ve třídě je 22 chlapců všichni se věnují nějakému sportu. 19 fotbalu, 5 karate a 10 hokeji. Přitom všichni karatisti jsou i fotbalisté a 3 hokejisté jsou i karatisti. Kolik chlapců hraje jenom hokej, jestliže 10 chlapců hraje jenom fotbal?

Příklad 0.5 Negujte následující výroky:

- a) Venku je krásně a my se učíme matematiku.
b) Večer budu číst skripta nebo nepůjdu na pivo.
c) Existuje aspoň jedno číslo x , které je sudé.
d) $\forall x \in \mathbb{R} : x^2 > 0$.
e) $\exists x \in \mathbb{N} : x - 2 = 0$.
f) $\forall x \in \mathbb{R} : x^2 = 1$.
g) $\forall x \in \mathbb{N}, \exists y \in \mathbb{N} : (x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$.
h) $\exists x \in \mathbb{N}, \forall y \in \mathbb{N} : y^x > y$.
i) $\forall x \in \mathbb{R}, \exists y \in \mathbb{R} : x + y = 0$.
j) $\forall x \in \mathbb{R}, \exists y \in \mathbb{R} : x \cdot y = 1$.
k) $\forall x \in \mathbb{R}, \exists y \in \mathbb{R} : ((x \neq y) \wedge (x + y = 0)) \vee (x = 0)$.

Příklad 0.6 Zjistěte zda jsou následující formule tautologie:

- $(A \Leftrightarrow B) \Rightarrow (B \Rightarrow A)$
- $((A \wedge B) \wedge C) \Leftrightarrow (A \wedge (B \wedge C))$
- $(A \wedge (B \vee C)) \Leftrightarrow (A \wedge B) \vee (A \wedge C)$

Příklad 0.7 O třech podezřelých z trestného činu jsou zjištěny tyto informace: Jestliže spáchal trestný čin podezřelý B, pak je vinen i podezřelý C. Jestliže spáchal trestný čin podezřelý C, pak mu pomáhal podezřelý A. Nespáchal-li trestný čin podezřelý B, tak se na něm podílel podezřelý C. Je-li vinen podezřelý A, není vinen podezřelý B. Jaký závěr lze z těchto informací učinit?