Rovnice a nerovnice

Štěpán Křehlík

Ekonomicko správní fakulta
Masarykova Universita

podzim 2018

Rovnice

Cihla váží kilo a půl cihly k tomu.
Kolik váží celá cihla?

Řešení najdeme:

- intuitivně (např. představa rovnoramenných vah)
- matematickou rovnicí

Matematická rovnice, kde m_c je označení hmotnosti cihly:

$$\begin{aligned} m_c &= 1 + \frac{1}{2} m_c && / \cdot 2 \\ 2m_c &= 2 + m_c && / - m_c \\ m_c &= 2 \end{aligned}$$

Rovnice

Cihla váží kilo a půl cihly k tomu.
Kolik váží celá cihla?

Řešení najdeme:

- intuitivně (např. představa rovnoramenných vah)
- matematickou rovnicí

Matematická rovnice, kde m_c je označení hmotnosti cihly:

$$
\begin{aligned}
m_c &= 1 + \frac{1}{2} m_c && / \cdot 2 \\
2m_c &= 2 + m_c && / - m_c \\
m_c &= 2
\end{aligned}
$$

Rovnice

Cihla váží kilo a půl cihly k tomu.
Kolik váží celá cihla?

Řešení najdeme:

- intuitivně (např. představa rovnoramenných vah)
- matematickou rovnicí

Matematická rovnice, kde m_c je označení hmotnosti cihly:

$$\begin{aligned} m_c &= 1 + \frac{1}{2} m_c & &/ \cdot 2 \\ 2m_c &= 2 + m_c & &/ - m_c \\ m_c &= 2 \end{aligned}$$

Rovnice

Uvažujme dva libovolné algebraické výrazy $L(x)$ a $P(x)$ s proměnou x.

Zajímá nás pro jaká x má výraz $L(x)$ stejnou hodnotu jako $P(x)$. Úlohu zapíšeme ve tvaru

$$L(x) = P(x)$$

$L(x) \ldots$ levá strana rovnice

$P(x) \ldots$ pravá strana rovnice
$x \ldots$ neznámá

Konkrétní čísla pro které je rovnice splněna nazýváme kořeny, nebo taky řešení rovnice.

Rovnice

Dvě rovnice, které mají stejné množiny všech řešení se nazývají **ekvivalentní rovnice**.

Postup řešení rovnic spočívá v úpravách výrazů na levé i pravé straně, tak abychom obdrželi rovnici v jednodušším tvaru.

Úpravy dělíme na:

- ekvivalentní

$$L(x) = P(x) \Leftrightarrow L'(x) = P'(x)$$

- důsledkové (implicitní)

$$L(x) = P(x) \Rightarrow L'(x) = P'(x)$$

Ekvivalentní úpravy

Přehled ekvivalentních úprav:

- prohození levé a pravé strany rovnice,
- přičtení(odečtení) libovolného čísla nebo násobku neznámé

$$u = v \Leftrightarrow w + u = w + v,$$

- vynásobení levé a pravé strany číslem či výrazem, který je nenulový

$$\text{pro } \forall w \in \mathbb{R} : u = v \Rightarrow w \cdot u = w \cdot v,$$

$$\text{pro } \forall w \in \mathbb{R} \setminus \{0\} : u = v \Leftrightarrow w \cdot u = w \cdot v,$$

- umocnění(odmocnění) levé a pravé strany přirozeným (od-)mocnitelem jsou- li obě strany nezáporné,
- zlogaritmování obou stran rovnice se stejným základem jsou-li obě strany rovnice kladné.

Polynomiální rovnice 1. stupeň

$$P_1(x) = a_1 x + a_0, \qquad a_1 \neq 0$$

Hledáme takové x pro něž platí $p(x) = 0$. Vyniklou algebraickou rovnici nazýváme *lineární rovnicí* s jedním kořenem $x_1 = -\frac{a_0}{a_1}$.

Příklad: Najděme kořen polynomu

$$P_1(x) = 3x + 6.$$

Náš polynom má právě jeden kořen, který splňuje rovnici

$$3x + 6 = 0.$$

Tímto kořenem je číslo -2.

Poznámka

Řešení rovince v daném oboru.

Polynomiální rovnice 1. stupeň

$$P_1(x) = a_1 x + a_0, \qquad a_1 \neq 0$$

Hledáme takové x pro něž platí $p(x) = 0$. Vyniklou algebraickou rovnici nazýváme *lineární rovnicí* s jedním kořenem $x_1 = -\frac{a_0}{a_1}$.

Příklad: Najděme kořen polynomu

$$P_1(x) = 3x + 6.$$

Náš polynom má právě jeden kořen, který splňuje rovnici

$$3x + 6 = 0.$$

Tímto kořenem je číslo -2.

Poznámka

Řešení rovince v daném oboru.

Polynomiální rovnice 2. stupeň

$$P_2(x) = a_2x^2 + a_1x + a_0, \qquad a_2 \neq 0.$$

Kořeny tohoto polynomu splňují rovnici

$$a_2x^2 + a_1x + a_0 = 0.$$

Řešení kvadratické rovnice:

- diskriminant kvadratické rovnice

$$D = a_1^2 - 4 \cdot a_2 \cdot a_0$$

- kořeny kvadratické rovnice

$$x_{1,2} = \frac{-a_1 \pm \sqrt{D}}{2 \cdot a_2}$$

Motivační příklad

Řešte rovnici $x^2 - 2x - 15 = 0$.

Pomocí diskriminantu:

$$D = b^2 - 4ac = (-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 16 = 64$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{-2 \pm 8}{2} \quad \Rightarrow \quad x_1 = 5 \text{ a } x_1 = -3$$

Doplněním na čtverec:

$$\begin{aligned} x^2 - 2x - 15 = (x-1)^2 - 16 &= 0 \\ (x-1)^2 &= 16 \\ x - 1 = 4 \qquad \wedge \qquad x - 1 &= -4 \\ x = 5 \qquad \wedge \qquad x &= -3 \end{aligned}$$

Motivační příklad

Řešte rovnici $x^2 - 2x - 15 = 0$.

Pomocí diskriminantu:

$$D = b^2 - 4ac = (-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 16 = 64$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{-2 \pm 8}{2} \quad \Rightarrow \quad x_1 = 5 \text{ a } x_1 = -3$$

Doplněním na čtverec:

$$\begin{aligned} x^2 - 2x - 15 = (x-1)^2 - 16 &= 0 \\ (x-1)^2 &= 16 \\ x - 1 = 4 \quad \wedge \quad x - 1 &= -4 \\ x = 5 \quad \wedge \quad x &= -3 \end{aligned}$$

Motivační příklad

Řešte rovnici $x^2 - 2x - 15 = 0$.

Pomocí diskriminantu:

$$D = b^2 - 4ac = (-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 16 = 64$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{-2 \pm 8}{2} \quad \Rightarrow \quad x_1 = 5 \text{ a } x_1 = -3$$

Doplněním na čtverec:

$$\begin{aligned} x^2 - 2x - 15 = (x-1)^2 - 16 &= 0 \\ (x-1)^2 &= 16 \\ x - 1 = 4 \qquad \wedge \qquad & x - 1 = -4 \\ x = 5 \qquad \wedge \qquad & x = -3 \end{aligned}$$

Polynomiální rovnice 2. stupeň

- ryze kvadratická rovnice (bez lineárního členu $a_1 = 0$)

$$2x^2 - 8 = 0$$

- rovnice bez absolutního členu ($a_0 = 0$)

$$2x^2 - 6x = 0,$$

- normovaná kvadratická rovnice ($a_2 = 1$)

$$x^2 + 4x - 6 = 0$$

Polynomiální rovnice n-tého stupeň

$$P_n(x) = a_n x^n + \ldots + a_1 x + a_0, \qquad a_n \neq 0.$$

- neexistují jednoduché vzorce pro řešení
- existují návody pro řešení specifických rovnic
  - substituce (bikvadratická)
  - vytýkání
  - Hornerovo schéma
  - numerické metody

Motivační příklad

V oboru reálných čísel řešme rovnici $\sqrt{2x+4} = 3$

Umocníme obě strany rovnice a dostaneme:

$$2x + 4 = 9$$

Z této rovnice plyne, že $x = 2,5$ Zde platí jsou-li u a v stejná, pak jsou stejné i jejich mocniny, tj.

$$u = v \Rightarrow u^2 = v^2$$

Jestliže pro nějaké číslo x platí $\sqrt{2x+4} = 3$ splňuje toto číslo x i rovnici $2x + 4 = 9$.

Motivační příklad

V oboru reálných čísel řešme rovnici $\sqrt{2x+4} = 3$
Umocníme obě strany rovnice a dostaneme:

$$2x + 4 = 9$$

Z této rovnice plyne, že $x = 2,5$ Zde platí jsou-li u a v stejná, pak jsou stejné i jejich mocniny, tj.

$$u = v \Rightarrow u^2 = v^2$$

Jestliže pro nějaké číslo x platí $\sqrt{2x+4} = 3$ splňuje toto číslo x i rovnici $2x + 4 = 9$.

Motivační příklad
V oboru reálných čísel řešme rovnici $\sqrt{2x+4} = 3$
Umocníme obě strany rovnice a dostaneme:

$$2x + 4 = 9$$

Z této rovnice plyne, že $x = 2,5$ Zde platí jsou-li u a v stejná, pak jsou stejné i jejich mocniny, tj.

$$u = v \Rightarrow u^2 = v^2$$

Jestliže pro nějaké číslo x platí $\sqrt{2x+4} = 3$ splňuje toto číslo x i rovnici $2x + 4 = 9$.

Umocňování rovnice

Motivační příklad Avšak pozor na opačnou implikaci! Jestliže se sobě rovnají druhé mocniny čísel u^2 a v^2 nemusí se sobě rovnat čísla u a v, tj.

$$\textbf{neplatí } u^2 = v^2 \Rightarrow u = v.$$

$$(-5)^2 = 5^2, \text{ ale } -5 \neq 5.$$

Příklad Řešte rovnici:

$$\sqrt{x^2 - 2x + 10} = x - 10.$$

Umocníme obě strany rovnice a dostaneme:

$$x^2 - 2x + 10 = x^2 - 20x + 100$$

Nová rovnice má jediný kořen a to $x = 5$. Lehce se však přesvědčíme, že to není kořen původní rovnice.

Důležitá tvrzení:

- **Umocněním obou stran rovnice na druhou dostaneme rovnici, pro kterou platí: Každý kořen původní rovnice je i kořenem této nové rovnice. Obráceně to ale neplatí. Zda je řešení nové rovnice i řešením původní rovnice ověříme zkouškou. Zkouška je je v tomto případě NUTNOSTÍ.**
- **Pro rovnici jejíž obě strany jsou v uvažovaném číselném oboru nezáporné (nekladné), je umocnění ekvivalentní úpravou. Jestliže sledujeme po celou dobu znaménka obou stran rovnice, zkoušku dělat nemusíme.**

Příklad:
Řešte rovnici

$$\sqrt{5-5x} = \sqrt{3x-11}$$

a) na první pohled je zřejmý výsledek,
b) umocníme obě strany rovnice a dostaneme

$$5-5x = 3x-11$$
$$x = 2$$

To ovšem není výsledkem původní rovnice, protože výraz v levo je definován jen pro $x \leq 1$.

Řešení rovnic specifického typu

Exponenciální rovnicí nazýváme každou rovnici, ve které je neznámá $x \in \mathbb{R}$ v exponentu mocniny nějakého čísla. Za základní tvar exponenciální rovnice lze považovat

$$a^{f(x)} = b^{g(x)},$$

kde $a > 0,\ b > 0$ a $f(x),\ g(x)$ jsou nějaké výrazy.

Metoda řešení:
Rovnici převedeme logaritmováním na tvar

$$f(x) log(a) = g(x) log(b),$$

ve speciálním případě, kdy $a = b$, dostaneme

$$f(x) = g(x).$$

Příklad:
V reálném oboru řešte:

$$3^{x+1} - 9^{2-x} = 0.$$

Řešení: Převedeme druhý člen na pravou stranu:

$$3^{x+1} = 9^{2-x}$$

Dosadíme $9 = 3^2$

$$3^{x+1} = 3^{2(2-x)}$$

Logaritmováním dostaneme

$$\begin{aligned} x + 1 &= 2(2 - x) \\ 3x &= 3 \\ x &= 1 \end{aligned}$$

Řešení exponenciální rovnice - vytknutí

Příklad:
V reálném oboru řešte

$$3^{2x-1} - 3^{2x-4} = 315 - 3^{2x-2}.$$

Řešení: Převedeme mocniny na jednu stranu a vytkneme z nich 3^{2x}.

$$\begin{aligned} 3^{2x}(3^{-1} - 3^{-4} + 3^{-2}) &= 315 \\ 3^{2x}(\frac{1}{3} - \frac{1}{81} + \frac{1}{9}) &= 315 \\ 3^{2x}.\frac{35}{81} &= 315 \\ 3^{2x} &= 729 \\ 3^{2x} &= 3^6 \end{aligned}$$

Logaritmováním dostaneme

$$2x = 6 \Leftrightarrow x = 3.$$

Příklad:
V reálném oboru řešte

$$25^x - 6 \cdot 5^x + 5 = 0$$

Řešení: Upravíme na tvar

$$5^{2x} - 6 \cdot 5^x + 5 = 0$$

Zavedeme substituci $y = 5^x$

$$y^2 - 6y + 5 = 0$$

Dostaneme kořeny

$$y_{1,2} = \frac{6 \pm \sqrt{36 - 20}}{2} \Rightarrow y_1 = 1 \wedge y_2 = 5$$

Tedy po provedení zpětné substituce dostaneme:

a) pro $y_1 = 5$ získáme první řešení původní rovnice z $5 = 5^x$
b) pro $y_2 = 1$ získáme druhé řešení původní rovnice z $1 = 5^x$

$$3^{2x}(3^{-1} - 3^{-4} + 3^{-2}) = 315$$

Logaritmická rovnice

Logaritmická rovnice je taková rovnice, v níž se vyskytují logaritmy výrazu s neznámou x, přičemž x patří do množiny kladných reálných čísel. Základní logaritmickou rovnicí je rovnice typu

$$log_a x = b,$$

$a > 0, \; a \neq 1$ Tato rovnice má pro libovolné b jediné řešení tvaru $x = a^b$.
Logaritmické rovnice složitějších typů se nejprve upraví na tvar

$$log_a f(x) = log_a g(x),$$

kde $a > 0, \; a \neq 1$ přičemž rovnici řešíme na množině těch $x \in \mathbb{R}$, pro něž výrazy $f(x)$ a $g(x)$ nabývají kladných hodnot. Pokud tuto množinu neurčíme předem, je nutno provést zkoušku.
Odlogaritmováním rovnice dostaneme

$$f(x) = g(x)$$

a dále řešíme rovnici bez logaritmu.

Goniometrickou rovnicí nazýváme takovou rovnici, v níž se neznámá $x \in \mathbb{R}$ vyskytuje v argumentu goniometrické funkce.

Rovnice upravujeme pomocí vzorců pro goniometrické funkce na jeden z následujících tvarů:

$$\sin x = a \ \textit{resp.} \ \cos x = a,$$

Rovnice $\sin x = a$ *resp.* $\cos x = a$,:

a) nemá řešení, jestliže $a \notin \langle -1, 1 \rangle$
b) má jeden kořen jestliže $a = -1$ nebo $a = 1$ a obor řešení je interval $\langle 0, 2\pi)$
c) má dva kořeny $x_1, \ x_2$, jestliže $a \in (-1, 1)$ a obor řešení je interval $\langle 0, 2\pi)$
d) má nekonečně mnoho řešení, jestliže $a \in (-1, 1)$ a obore řešení v $\mathbb{R}$

Příklad:
Řešte v $\mathbb{R}$:

$$\sin\left(\pi/3 - 2x\right) = \sqrt{3}/2.$$

Řešení: zavedeme substituci $y = \pi/3 - 2x$.

$$\sin y = \sqrt{3}/2.$$

Kořeny v základním intervalu jsou

$$y_1 = \pi/3, y_2 = 2\pi/3.$$

Celkem $y \in \{\pi/3 + 2k\pi, 2\pi/3 + 2k\pi,\ \ k \in \mathbb{Z}\}$. Nyní se vrátíme k původní neznámé: $x = (\pi/3 - y)/2$, tedy
$x \in \{k\pi, -\pi/6 - k\pi,\ \ k \in \mathbb{Z}\}$.

Řešte v $\mathbb{R}$: $cos^2x - sin^2x + cosx = 0$.
Řešení: nejprve nahradíme sin^2x výrazem $1 - cos^2x$:

$$cos^2x - 1 + cos^2x + cosx = 0.$$

Dostaneme kvadratickou rovnici

$$2cos^2x + cosx - 1 = 0.$$

zavedeme substituci $y = cosx$.

$$2y^2 + y - 1 = 0$$

Kořeny jsou

$$y_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{1+8}}{4},$$

tedy $y_1 = -1,\ y_2 = 1/2$. Vrátíme se k původní neznámé. Nejprve pro $y_1 = -1$ dostaneme rovnici $cosx = -1$, tedy $x_1 \in \{\pi + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$ Pro $y_2 = 1/2$ dostaneme rovnici $cosx = 1/2$, tedy $x_2 \in \{\pi/3 + 2k\pi, 5\pi/3 + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$

Vzorce pro úpravu goniometrických rovnic

Přehled nejdůležitějších vzorečků pro úpravu goniometrických rovnic

- $\sin^2(x) + \cos^2(x) = 1$,
- $\sin(x_1 \pm x_2) = \sin(x_1) \cdot \cos(x_2) \pm \sin(x_2) \cdot \cos(x_1)$,
- $\cos(x_1 \pm x_2) = \cos(x_1) \cdot \cos(x_2) \pm \sin(x_1) \cdot \sin(x_2)$,
- $\sin(2x) = 2 \cdot sin(x) \cdot \cos(x)$,
- $\cos(2x) = cos^2(x) - sin^2(x)$,
- $\cos^2(x) = \frac{1+\cos(2x)}{2}$,
- $\sin^2(x) = \frac{1-\cos(2x)}{2}$).

Řešte rovnici pro $x \in \mathbb{R}$.

$$|x+1| + 2|x-3| - 3|x-5| - x = 0.$$

Nulové body výrazů v absolutních hodnotách jsou $-1,\ 3,\ 5$. Reálnou osu si pro další výpočty rozdělíme na intervaly $(-\infty,-1), \langle -1,3), \langle 3,5),\ \langle 5,\infty)$. Uveďme si tabulku s přehledem znamének výrazů v těchto intervalech.

	$(-\infty,-1)$	$\langle -1,3)$	$\langle 3,5)$	$\langle 5,\infty)$
$x+1$	-	$+$	$+$	$+$
$x-3$	-	-	$+$	$+$
$x-5$	-	-	-	$+$

Řešme rovnici na intervalu $I_1 = (-\infty, -1)$. Dostaneme tvar

$$-x - 1 + 2(-x + 3) - 3(-x + 5) - x = 0,$$

tedy $-x - 10 = 0$, $x_1 = -10$. Protože $x_1 \in I_1$, je též kořenem původní rovnice. Řešme rovnici na intervalu $I_2 = \langle -1, 3)$. Dostaneme tvar

$$x + 1 + 2(-x + 3) - 3(-x + 5) - x = 0,$$

tedy $x - 8 = 0$, $x_2 = 8$. Protože $x_2 \notin I_2$, není kořenem původní rovnice. Řešme rovnici na intervalu $I_3 = \langle 3, 5)$. Dostaneme tvar

$$x + 1 + 2(x - 3) - 3(-x + 5) - x = 0,$$

tedy $5x - 20 = 0$, $x_3 = 4$. Protože $x_3 \in I_3$, je též kořenem původní rovnice. Řešme rovnici na intervalu $I_4 = \langle 5, \infty)$. Dostaneme tvar

$$x + 1 + 2(x - 3) - 3(x - 5) - x = 0,$$

tedy $-x + 10 = 0$, $x_4 = 10$. Protože $x_4 \in I_4$, je též kořenem původní rovnice.
Celkem jsme získali řešení $K = \{-10, 4, 10\}$.

Nerovnice

Zavedení **pojmů nerovnice**:
Jsou dány dva výrazy $L(x)$ a $P(x)$ s proměnnou x. Mají se určit hodnoty této proměnné z oboru M, pro něž platí

$$L(x) < P(x),\ \ resp. L(x) > P(x)$$

nebo

$$L(x) \leq P(x),\ \ resp. L(x) \geq P(x).$$

Zápis úlohy v některém z uvedených tvarů se nazývá nerovnice. Zavádí se obdobná terminologie jako u rovnic.

Příklad:
V $\mathbb{R}$ řešte nerovnici

$$\frac{x+1}{x+2} - \frac{4-x}{1-x} \leq 0$$

Řešení:
Sečteme výrazy vlevo:

$$\frac{(x+1)(x-1)-(4-x)(x+2)}{(x+2)(x-1)} \leq 0$$

$$\frac{-2x-7}{(x+2)(x-1)} \leq 0$$

Najdeme kořeny čitatele: $-2x-7=0 \Leftrightarrow x=-\frac{7}{2}$.

Najdeme kořeny jmenovatele: $(x+2)(x-1)=0 \Leftrightarrow x_1=-2$ a $x_2=1$.
Nalezené body nám rozdělí reálnou osu na dílčí intervaly:

$$I_1=(-\infty,-3,5), I_2=(-3,5,-2), I_3=(-2,1), I_4=(1,\infty),$$

Přehled znamének jednotlivých činitelů na částečných intervalech je uveden v tabulce.

	$(-\infty,-3,5)$	$(-3,5,-2)$	$(-2,1)$	$(1,\infty)$
$-2x-7$	$+$	-	-	-
$x+2$	-	-	$+$	$+$
$x-1$	$+$	$+$	$+$	-

Z tabulky je zřejmé, že řešením je jsou intervaly
$(-\infty,-3,5)\cup(-2,1)$

V $\mathbb{R}$ řešte nerovnici

$$2x - 1 < |x - 2|. \tag{1}$$

Řešení: Řešení rozdělme do dvou částí

α) Nechť $x - 2 \geq 0$. Potom $|x - 2| = x - 2$. Dále je $x \geq 2$. Tedy řešíme nerovnici:

$$2x - 1 < x - 2$$

řešením je $x < -1$, ovšem neexistuje $x < -1$ a zároveň $x \geq 2$.

β) Nechť $x - 2 < 0$. Potom $|x - 2| = -x + 2$. Dále je $x < 2$. Tedy řešíme nerovnici:

$$2x - 1 < -x + 2$$

řešením je $x < 1$, průnik intervalů $x < 1$ a $x < 2$,tj. Nerovnici splňují všechna $x \in (-\infty, 1)$.

Příklad:
Řešte nerovnici

$$x + 3 < \sqrt{x + 33}$$

Definiční obor rovnice jsou všechna $x \in \langle -33, \infty)$. Jestliže jsou obě strany rovnice nezáporné můžeme umocnit na druhou. To platí pro $x \geq -3$. Úlohu dělíme na dvě části

a) pro interval $x \in \langle -33, -3)$ platí, že levá strana je záporná a pravá nezáporná, tedy nerovnice je splněna, pro všechna $x \in \langle -33, -3)$, tj. $K_1 = \langle -33, -3)$
b) pro interval $x \in \langle -3, \infty)$ jsou obě strany nerovnice nezáporné, proto umocníme:

$$\begin{aligned}(x+3)^2 &< x + 33\\ x^2 + 6x + 9 &< x + 33\\ x^2 + 5x - 24 &< 0\\ (x+8)(x-3) &< 0\end{aligned}$$

Řešením je interval $(-8, 3)$, tedy $K_2 = \langle -3, \infty) \cap (-8.3) = \langle -3, 3)$

Sjednocením výsledků z bodu a a) bodu b) dostáváme závěr:

$$K = K_1 \cup K_2 = \langle -33, -3).$$

Příklad:
Řešte nerovnici

$$\log_2 \log_3 \log_{0,5} x > 0$$

Řešení získáme postupným odlogaritmováním:

$$2^{\log_2 \log_3 \log_{0,5} x} > 2^0$$
$$\log_3 \log_{0,5} x > 1$$

Znaménko nerovnosti jsme neotáčeli, protože základ je větší než 1.
Pokračujeme v odlogaritmování:

$$3^{\log_3 \log_{0,5} x} > 3^1$$
$$\log_{0,5} x > 3$$

Další typy nerovnic

Pokračujeme v odlogaritmování, tentokrát budeme nerovnost otáčet protože základ logaritmu je menší než 1.

$$(0,5)^{\log_{0,5} x} < (0,5)^3$$
$$x < 1/8$$

Zbývá ověřit pro jaká x je levá strana nerovnice definovaná - argumenty všech logaritmů musí být kladné. Tedy $x > 0$ navíc $\log_{0,5} x > 0$ a $\log_3 \log_{0,5} x > 0$. Tyto podmínky jsou splněny vyplývá to z postupu řešení.

Závěr: všechna x z intervalu $(0, 1/8)$ splňují nerovnici výše.