

**MUNI**  
**ECON**

# **Problematika úvěrů**

# Základní pojmy

## – Úvěr

- Úvěřující (věřitel) se zavazuje, že úvěrovanému (dlužiteli) poskytne na jeho požádání a v jeho prospěch peněžité prostředky v určité částce. Naopak úvěrovaný se zavazuje, že tyto prostředky vrátí v předem stanovené lhůtě a zaplatí za ně úrok.

## – Úrok

- Úrok představuje odměnu za poskytnutí úvěru. Je vyjádřen v procentech na určité období - zpravidla jednoho roku (p.a. - per annum) z celkové částky úvěru.

## – Úmor

- Úmor je splátka jistiny dluhu, tedy část splátky, o kterou se snižuje výše dlužné částky.

# Úvěr

Úvěrem obecně je právo použít cizí peněžní prostředky pro vlastní potřebu s povinností je v určité lhůtě vrátit a zaplatit za toto právo odměnu (úrok).

## Dělení úvěrů (výběr):

### Podle zajištění:

- úvěry nezajištěné
- úvěry zajištěné – např. ručením (závazkem jiného člověka, že dluh zaplatí, pokud jej nezaplatí dlužník), zástavním právem k nemovitosti (tzv. hypotékou) či k jiné věci, zajišťovacím převodem práva či dohodou o srážkách ze mzdy či jiných příjmů.

### Podle účelu použití úvěru:

- na spotřebu (určené pro koupi spotřebního zboží, např. auta, televize, lednice, na dovolenou) – tzv. spotřebitelské úvěry regulované zákonem,
- na bydlení
- ostatní.

### Podle délky trvání:

- krátkodobé (splatné do 1 roku)
- střednědobé (1 - 5 let)
- dlouhodobé (nad 5 let)

### Podle osoby věřitele:

- bankovní úvěry (věřitelem je banka nebo družstevní záložna)
- nebankovní úvěry

### Podle osoby dlužníka:

- spotřebitelské úvěry
- úvěry poskytované osobám, které nejsou spotřebiteli

# Umořování dluhu

– Proces splácení úvěru dlužníkem věřiteli podle předem sjednaného umořovacího plánu.

– Pojmy:

**Úmor**

**Úrok**

**Anuita (splátka)**

– Formy

– Umořování dluhu nestejnými splátkami

- většinou odvozeno od splácení úmoru – konstantní, rostoucí, klesající

– Umořování dluhu stejnými splátkami (typické)

## Umořování dluhu nestejnými splátkami - příklad

- Spotřebitelský úvěr ve výši 200 000,- Kč na novou kuchyň. Délka trvání 3 roky, konstantní měsíční splátky úmoru, měsíční splátky úroku, úroková sazba 11% p.a.

1. Nejprve si spočteme úmor.

$$M = \frac{D}{n} = \frac{200000}{36}, \text{ kde } n \text{ je počet splátek.}$$

2. Dopočítáme úrok z předchozí hodnoty dluhu.

$$I_1 = D_0 * r = 200000 * 0,11/12$$

3. Vypočítáme anuitu součtem úmoru a úroku.

$$a_1 = M + I_1 = 5556 + 1833,33$$

Období	Anuita	Úrok	Úmor	Zůstatek úvěru
0	0	0	0	200000
1	7388,889	1833,333	5555,556	194444,4444
2	7337,963	1782,407	5555,556	188888,8889
3	7287,037	1731,481	5555,556	183333,3333
4	7236,111	1680,556	5555,556	177777,7778
5	7185,185	1629,63	5555,556	172222,2222
6	7134,259	1578,704	5555,556	166666,6667
7	7083,333	1527,778	5555,556	161111,1111
8	7032,407	1476,852	5555,556	155555,5556
9	6981,481	1425,926	5555,556	150000
10	6930,556	1375	5555,556	144444,4444

# Umořování dluhu nestejnými splátkami - příklad

- Spotřebitelský úvěr ve výši 200 000,- Kč na novou kuchyň. Délka trvání 3 roky, konstantní měsíční splátky úmoru, měsíční splátky úroku, úroková sazba 11% p.a.

**Když bychom chtěli spočítat kolik zaplatíme celkem na úrocích:**

Úrok tvoří v případě konstantního úmoru aritmetickou posloupnost, takže ji stačí sečíst.

$$a_{n+1} = a_n + d$$

Součet aritmetické posloupnosti = aritmetická řada

$$S_n = \frac{n}{2} \cdot (a_1 + a_n)$$

Snadno dopočítáme  $d = -50,926$ .

Také dopočítáme  $I_{36} = I_1 + 35 * d = 1833,33 + 35 * (-50,926) = 50,926$ .

Nakonec sečteme celou posloupnost  $S_n = \frac{36 * (1833,33 + 50,926)}{2} = 33\,916,67$  Kč.

Období	Anuita	Úrok	Úmor	Zůstatek úvěru
0	0	0	0	200000
1	7388,889	1833,333	5555,556	194444,4444
2	7337,963	1782,407	5555,556	188888,8889
3	7287,037	1731,481	5555,556	183333,3333
4	7236,111	1680,556	5555,556	177777,7778
5	7185,185	1629,63	5555,556	172222,2222
6	7134,259	1578,704	5555,556	166666,6667
7	7083,333	1527,778	5555,556	161111,1111
8	7032,407	1476,852	5555,556	155555,5556
9	6981,481	1425,926	5555,556	150000
10	6930,556	1375	5555,556	144444,4444

## Příklad Socrative 4

Sestavte umořovací plán dvouletého spotřebitelského úvěru, spláceného pomocí konstantního umořování dluhu, ve výši 45 000 Kč a úrokovou intenzitou 9 % p.a. Jaká bude výše 12. polhůtní měsíční splátky?

# Umořování dluhu stejnými splátkami = PVA

= pravidelné výplaty (annuity) v pravidelných intervalech po určitou dobu za daných podmínek

= **analogické k úvěru (důchod pro věřitele)**

1. **Polhůtní důchod**, nechávám si vyplácet důchod na konci každého období, tzn. úročí se o období víc, a tedy pokud chci stanovit, kolik prostředků musím mít na účtu v čase 0, abych mohl vyplácet po počet období  $n$  důchod ve výši  $a$ , je současná hodnota nižší, než u předlhůtního důchodu (potřebuji méně):

$$PVA = a \cdot \frac{1}{1+r} \cdot \frac{1 - \left(\frac{1}{1+r}\right)^n}{1 - \left(\frac{1}{1+r}\right)} = a \times \frac{1 - (1+r)^{-n}}{r}$$

2. **Předlhůtní důchod**, nechávám si vyplácet důchod na začátku každého období, o to vyšší je PVA (potřebuji více):

$$PVA = a \cdot \frac{1 - \left(\frac{1}{1+r}\right)^n}{1 - \left(\frac{1}{1+r}\right)} = a \times \frac{1 - (1+r)^{-n}}{r} \times (1 + r)$$



# Umořování dluhu stejnými splátkami - příklad

Jak určit výši splátky?

- Vzorec pro výpočet polhůtního důchodu – to již známe ☺

$$PVA = a \cdot \frac{1}{1+r} \cdot \frac{1 - \left(\frac{1}{1+r}\right)^n}{1 - \left(\frac{1}{1+r}\right)} \quad \rightarrow \quad a = PVA \cdot \frac{r}{1 - (1+r)^{-n}}$$

- Další postup obdobně jako v minulém příkladu.
  1. Nejprve vyplníme splátky (jsou stejné).
  2. Potom pro každé období spočítáme výši úroku ze stávající hodnoty dluhu.
  3. Úmor potom získáme odečtením úroku od anuity.
  4. „Novou“ výši stávajícího dluhu získáme odečtením úmoru od předchozího stavu dluhu.

## Umořování dluhu stejnými splátkami - příklad

- Úvěr 40 000 Kč má být umořen polhůtními ročními anuitami za šest let při fixní úrokové sazbě 5 % p. a. Určete výši anuity a sestavte umořovací plán.

$$D = a_1 \cdot \frac{1 - q^n}{1 - q} \quad \longrightarrow \quad a = D^1 \cdot \frac{r}{1 - q^n} \quad \longrightarrow \quad a = 40000 \cdot \frac{0,05}{1 - \left(\frac{1}{1 + 0,05}\right)^6}$$

Období	Anuita	Úrok	Úmor	Zůstatek úvěru
0				40 000
1	7 880,7	2 000	5 880,7	34 119,3
2	7 880,7	1 706	6 174,7	27 944,6
3	7 880,7	1 397,23	6 483,47	21 461,13
4	7 880,7	1 073	6 807,7	14 653,43
5	7 880,7	732,67	7 148,03	7 505,4
6	7 880,7	375,27	7 505,4	0

$$I_n = D_{n-1} \cdot r$$

$$I_1 = 40000 \cdot 0,05$$

$$M_n = a - I_n$$

$$M_1 = 7880,7 - 2000$$

$$D_1 = D_0 - ???$$

# Vzorový příklad

Co kdybychom chtěli vypočítat třeba 4. řádek umořovacího plánu?

$$D_{3+1} = 7880,7 \cdot \frac{1 - \left(\frac{1}{1 + 0,05}\right)^{6-3-1}}{0,05}$$

$$I_{3+1} = 7880,7 \cdot \left(1 - \left(\frac{1}{1 + 0,05}\right)^{6-3}\right)$$

$$M_{3+1} = 7880,7 \cdot \left(\frac{1}{1 + 0,05}\right)^{6-3}$$

$$D_{h+1} = a \cdot \frac{1 - v^{n-h-1}}{r}, \quad (2.43)$$

$$I_{h+1} = a \cdot (1 - v^{n-h}), \quad (2.44)$$

$$M_{h+1} = a \cdot v^{n-h}. \quad (2.45)$$

95

Období	Anuita	Úrok	Úmor	Zůstatek úvěru
0				40 000
1	7 880,7	2 000	5 880,7	34 119,3
2	7 880,7	1 706	6 174,7	27 944,6
3	7 880,7	1 397,23	6 483,47	21 461,13
4	7 880,7	1 073	6 807,7	14 653,43
5	7 880,7	732,67	7 148,03	7 505,4
6	7 880,7	375,27	7 505,4	0

## Příklad Socratic 5

- Rozhodli jste se ke koupi staršího bytu v Brně s dispozicí 3+1 o obytné ploše 70m<sup>2</sup>. Vyjednali jste cenu 5 500 000 Kč. Banka nabízí úvěr s LTV 80 %, úrokovou sazbou 1,99 % p.a., dobou splácení 30 let a dobou fixace 10 let. Jaká bude výše úvěru? Jaká bude výše konstantní měsíční splátky? Kolik jste zaplatili na úrocích ke konci fixace a kolik bude stávající dluh?

# RPSN – Roční procentní sazba nákladů

- Na rozdíl od úroku zahrnuje RPSN všechny náklady úvěru včetně všech dodatečných plateb a je vyjádřena jako roční procento z celkové výše úvěru. Je to tedy nejjednodušší pomůcka pro porovnání výhodnosti úvěru. Čím nižší RPSN, tím je úvěr „levnější“.
- jedná se tedy o takové  $r$ , pro které platí následující rovnice:

$$\sum_{i=1}^m \frac{A_i}{(1+r)^{t_i}} = \sum_{j=1}^n \frac{B_j}{(1+r)^{s_j}}$$

- $m$  je počet poskytnutých půjček,
- $A_i$  je výše  $i$ -té poskytnuté půjčky,
- $t_i$  je doba (v letech a zlomcích roku ode dne 1. půjčky), kdy byla  $i$ -tá půjčka poskytnuta,
- $n$  je počet plateb,
- $B_j$  je výše  $j$ -té platby (splátky, poplatku atd.),
- 13 –  $s_j$  doba (v letech a zlomcích roku ode dne 1. půjčky), kdy byl  $j$ -tý poplatek zaplacen.

Příloha č. 1 k zákonu č. 257/2016 Sb.

## Roční procentní sazba nákladů

### ČÁST 1

#### Vzorec pro výpočet roční procentní sazby nákladů

Roční procentní sazba nákladů se vypočte podle tohoto vzorce:

$$\sum_{k=1}^m C_k(1+x)^{-tk} = \sum_{l=1}^{m'} D_l(1+x)^{-sl}$$

# RPSN

## Roční procentní sazba nákladů na spotřebitelský úvěr (RPSN)



- Kalkulátor RPSN je k dispozici např. na webových stránkách finančního arbitra.

<http://www.finarbitr.cz/cs/informace-pro-verejnost/kalkulator-rpsn.html>

- Doporučujeme však používat plnohodnotný kalkulátor Evropské komise, dostupný ke stažení ze stejné stránky.

# Vzorový příklad - RPSN

Půjčili jste si 20 000 Kč na 2 roky na koupi nového mobilního telefonu při měsíčním úročení a úrokové sazbě 12 % p.a. Úvěr je splatný měsíčními splátkami. Za zřízení úvěru jste zaplatili poplatek za poskytnutí úvěru 5 % z jeho výše a navíc je Vám účtován poplatek 500 Kč ročně za vedení úvěrového účtu. Jedná se o přímé poplatky (tzn. nepřičítají se k dluhu, ale platíte je nad rámec splátek). Vypočítejte RPSN tohoto úvěru.

# Vzorový příklad RPSN - řešení

D – 20000 Kč  
r – 12 % p.a.  
t – 2 roky  
UO – 1M  
PO – 1M

Poplatky se nepřičítají k dluhu, takže netřeba řešit ve výpočtu pravidelných splátek

Nejprve si vypočítáme výši pravidelných splátek

$$D = a \cdot \left( \frac{1}{1+r} \right) \cdot \frac{1 - \left( \frac{1}{1+r} \right)^{24}}{1 - \left( \frac{1}{1+r} \right)}$$

$$a = \frac{20000 \cdot \frac{0,12}{12}}{1 - \left( \frac{1}{1 + \frac{0,12}{12}} \right)^{24}}$$

$$a = 941,47 \text{ Kč}$$



# Vzorový příklad RPSN - řešení

Dále hledáme RPSN, které nám zajistí:

kde:  
 $L$  – výše úvěru  
 $F_p$  – pravidelný poplatek  
 $F_l$  – jednorázový poplatek

$$\sum PV_{\text{pozitivní CF}} = \sum PV_{\text{negativní CF}}$$

$$\frac{L}{(1+rpsn)^0} = \frac{a}{(1+rpsn)^1} + \frac{a}{(1+rpsn)^2} + \dots + \frac{a}{(1+rpsn)^{24}} + \frac{F_p}{(1+rpsn)^{12}} + \frac{F_p}{(1+rpsn)^{24}} + \frac{F_l}{(1+rpsn)^0}$$

Splátky a pravidelné poplatky tvoří geometrickou posloupnost

$$\frac{L}{(1+rpsn)^0} = a \cdot \left(\frac{1}{1+rpsn}\right) \cdot \frac{1 - \left(\frac{1}{1+rpsn}\right)^{24}}{1 - \left(\frac{1}{1+rpsn}\right)} + F_p \cdot \left(\frac{1}{1+rpsn}\right)^{12} \cdot \frac{1 - \left(\frac{1}{1+rpsn}\right)^{24}}{1 - \left(\frac{1}{1+rpsn}\right)^{12}} + \frac{F_l}{(1+rpsn)^0}$$

# Vzorový příklad RPSN - řešení

Po dosazení dostáváme

$$20000 = 941,47 \cdot \left( \frac{1}{1 + rpsn} \right) \cdot \frac{1 - \left( \frac{1}{1 + rpsn} \right)^{24}}{1 - \left( \frac{1}{1 + rpsn} \right)} + 500 \cdot \left( \frac{1}{1 + rpsn} \right)^{12} \cdot \frac{1 - \left( \frac{1}{1 + rpsn} \right)^{24}}{1 - \left( \frac{1}{1 + rpsn} \right)^{12}} + 20000 \cdot 0,05$$

Pro určení RPSN můžeme postupovat metodou pokus-omyl, využít matematický aparát nebo využít funkci Solver (řešitel) v excelu.

Tento konkrétní pravidelný poplatek (2x500kč) bychom samozřejmě nemuseli řešit geometrickou řadou, ale při delších úvěrech už by to bylo vhodné.

# Vzorový příklad RPSN - řešení

Excel formula bar:  $=C4/(1+C5)*(1-(1/(1+C5))^24)/(1-1/(1+C5))+500*(1/(1+C5))^12*(1-(1/(1+C5))^24)/(1-1/(1+C5))+20000*0,05$

a	941,47 Kč	
rpsn	1,00% p.m.	
20 000,00 Kč	=	21 837,51 Kč

Parametry Řešitele

Účelová funkce: SDS7

Hledat:  Max  Min  Hodnota: 20000

Proměnné modelu: SC\$S1

Omezující podmínky:

Nastavit podmínky nezápornosti

Vyberte metodu řešení: Gradientní metoda

Možnosti

Metoda řešení  
Simplexovou metodu zvolte pro lineární optimalizační problémy. Gradientní metodu pro hladké nelineární problémy a Evoluční algoritmus pro nehladké nelineární problémy.

Nágověda Řešit Zavřít



a	941,47 Kč	
rpsn	1,78% p.m.	
20 000,00 Kč	=	20 000,00 Kč

Tímto jsme vypočítali měsíční sazbu. RPSN však představuje efektivní úrokovou sazbu, proto:

$$RPSN = (1 + 0,0178)^{12} - 1$$

$$RPSN = 23,52 \%$$

## Příklad Socrative 8

Přes všechna doporučení nebrat si spotřebitelský úvěr na zbytné předměty, jste se přeci jen rozhodli zakoupit nejmodernější televizi a využili lákavé nabídky čtyřletého úvěru se sazbou 7 % p.a. s měsíční splátkou 5 986,56 Kč a měsíčním úrokovacím obdobím. Financující subjekt však navíc účtuje poplatek za sjednání úvěru ve výši 5 000 Kč a dále pojištění povinnosti splácet ve výši 600 Kč, které je splatné vždy po 3 měsících. Jedná se o přímé náklady (tzn. nepřičítají se k dluhu, ale platíte je nad rámec splátek).

Jaké je RPSN tohoto úvěru?

**Děkuji za aktivní účast  
v případě dotazů piště 😊**