MUNI
ECON

Polhůtní, předlhůtní úrok, lineární a exponenciální úročení

Úvod do Socrative

Room name: FIMA

Jak hodnotíte své znalosti?

Motivace?

Základní typy úročení

- Způsoby úročení:
  - **Jednoduché** – vyplácené úroky se k původní uložené peněžní částce nepřičítají a dále se neúročí.
  - **Složené** – úroky se připisují k uložené peněžní částce a spolu s ní se dále úročí.

- Dle připisování úroků:
  - **Polhůtní** – úroky se platí (připisují) na konci úrokového období.
  - **Předlhůtní** – úroky se platí na začátku úrokového období.

Předlhůtní / polhůtní úročení

D $PV = FV - D$	PV
FV	$FV = PV + I$ I

Tok času:

100 Kč $\xrightarrow{r\,=\,10\,\%}$ 110 Kč

99 Kč $\xleftarrow{d\,=\,10\,\%}$ 110 Kč

Ekvivalentní převádění:

$$\mathrm{r} = \frac{d}{1-d}$$

$$\mathrm{d} = \frac{r}{1+r}$$

Jednoduché úročení (polhůtní)

- Výpočet úroků vychází ze stále stejného základu – úroky se k původnímu kapitálu nepřidávají a dále neúročí.
- Nejčastější v situacích, kdy doba půjčky není delší než jeden rok.

$$FV = PV + PV \cdot r \cdot t$$

$$= PV + I$$

$$I = PV \cdot r \cdot t$$

Kde:

FV – budoucí hodnota

PV – současná hodnota

r – úroková míra

t – doba úročení

I - úrok

Vzorový příklad – jednoduché úročení

Klient měl od 8.3.2021 do 5.5.2021 uloženo ve spořitelně 15 000Kč s 8% úrokovou sazbou p.a. Kolik korun činil úrok za tuto dobu? (30/360)

Jak řešíme?

MUNI ECON

Vzorový příklad - řešení

- t = 57 dní = 57/360
- PV = 15 000
- r = 8 % = 0,08 (p.a.)

Úrok: $$\boldsymbol{I = PV \cdot r \cdot t = 15\,000 \cdot \left(0,08 \cdot \frac{57}{360}\right) = 190\ K}\text{č}$$

MUNI ECON

Jednoduché úročení předlhůtní = obchodní diskont

- Nehovoříme o úroku, ale o diskontu.
- Stanovení diskontu z konečné výše kapitálu v čase t (FV).
- Pokud je tedy diskont 10 %, potom z částky 100 Kč, obdrží dlužník pouze 90 Kč, ale v den splatnosti musí vrátit 100 Kč.
- Typické pro operace se směnkami (eskont směnek, operace s dluhopisy tzv. diskontované dluhopisy).
- Současnou hodnotu kapitálu P neboli jistinu, získáme z následujícího vzorce:

$$PV = FV - FV \cdot d \cdot t$$
$$= FV - D$$
$$D = FV \cdot d \cdot t$$

Kde:

FV – splatná jistina, PV – současná hodnota, d – diskontní míra, t – doba úročení, D - diskont

Vzorový příklad - diskont

Dostal jste se do finančních problémů a nutně potřebujete prostředky. Máte směnku na 2 000 000 Kč, kterou donesete do banky, aby Vám ji eskontovala (odkoupila). Banka Vám vyplatí 1 950 000 Kč, její diskontní sazba je 5 % p.a., kolik dní před splatností je Vaše směnka?

(30/360)

Jak řešíme?

Vzorový příklad - řešení

– FV = 2 000 000

– PV = 1 950 000

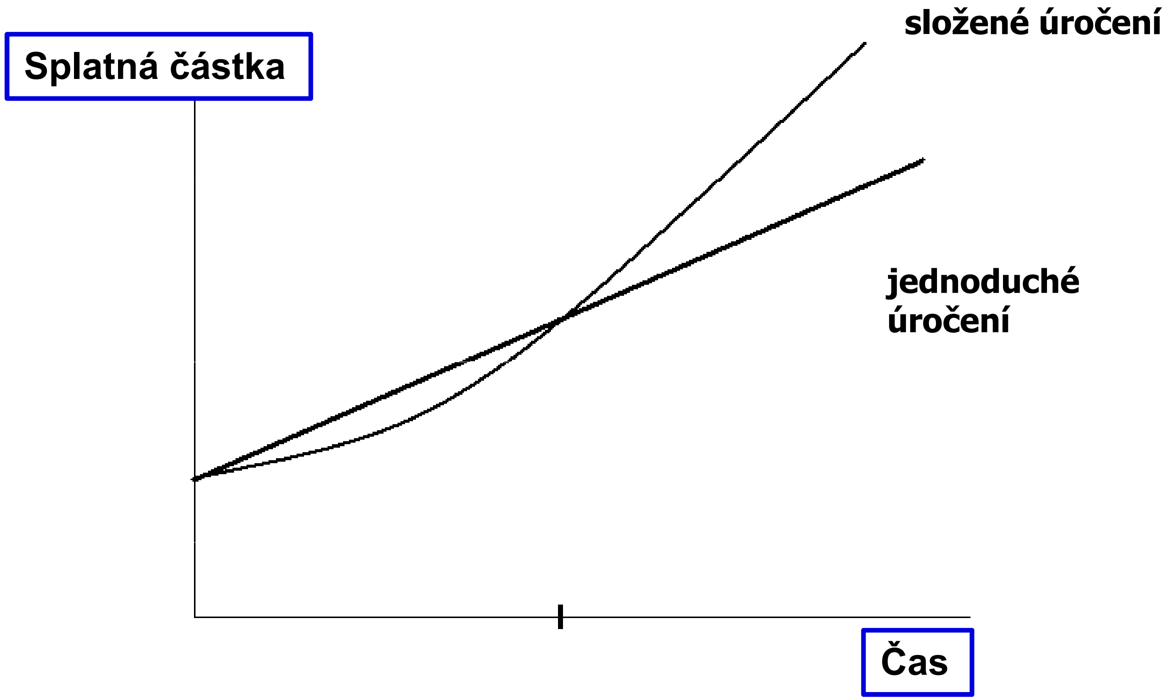
– d = 5 % = 0,05 (p.a.)

$$\mathbf{1\,950\,000 = 2\,000\,000 \cdot \left(1 - 0{,}05 \cdot \frac{\boldsymbol{t}}{360}\right)}$$

$$\boldsymbol{t = 180\ dní}$$

Složené úročení

- Úroky se přidávají k původnímu kapitálu a dále se úročí, tzv. úroky z úroků.
- Exponenciální narůstání základu.



$$FV = PV \cdot \left(1 + \frac{r}{m}\right)^{m \cdot n}$$

MUNI ECON

Vzorový příklad – složené úročení

Určete výši zúročeného kapitálu 12 000 Kč, je-li úroková sazba 1 % p.a. při složeném úročení, jestliže úročení je měsíční a tato částka je uložená 3 roky.

Jak řešíme?

Vzorový příklad - řešení

- n = 3 roky
- PV = 12 000
- r = 1 % = 0,01 p.a.
- Měsíční frekvence úročení

$$\boldsymbol{FV = 12\,000 \cdot \left(1 + \frac{0,01}{12}\right)^{12 \cdot 3}}$$

$$\boldsymbol{FV = 12\,365,3}$$

MUNI ECON

Kombinované úročení

– Je kombinací jednoduchého a složeného úročení.

– Vychází z předpokladu, že celá úrokovací období se úročí podle *složeného úročení* a zbytek podle *jednoduchého úročení*.

$$FV = PV \cdot \underbrace{\left(1 + \frac{r}{m}\right)^{m \cdot n}}_{\text{Složené úročení}} \cdot \underbrace{(1 + r \cdot N)}_{\text{Jednoduché úročení}}$$

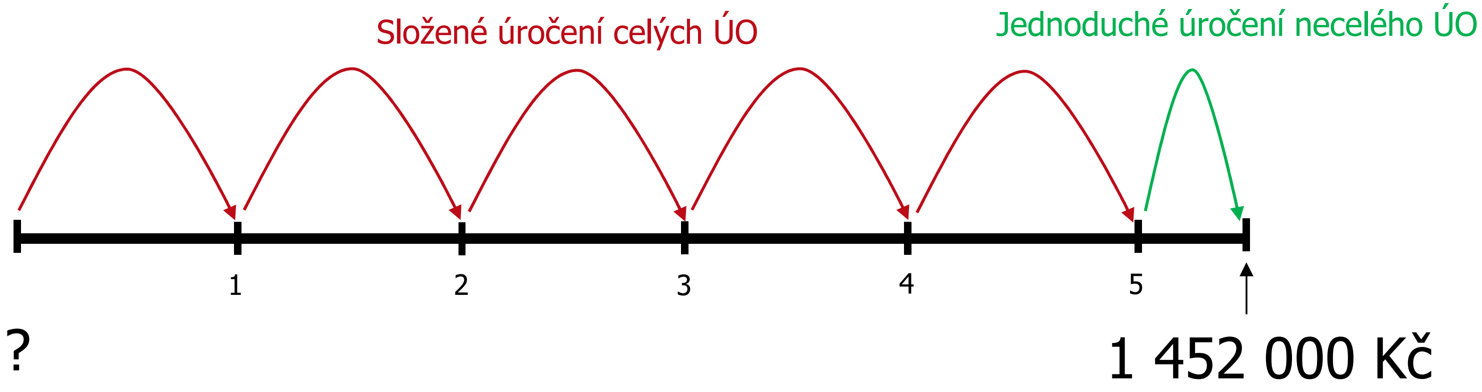
- t = n + N = doba splatnosti v letech
- n = počet celých let
- N = neukončená část posledního roku

Vzorový příklad – kombinované úročení

Kolik musíte vložit na bankovní účet, abyste za 5 let a 7 měsíců získali částku 1 452 000 Kč. Roční úroková sazba činí 5,5 % a úrok banka připisuje ročně.

Jak řešíme?

Vzorový příklad - řešení



$$FV = PV \cdot \left(1 + \frac{r}{m}\right)^{m \cdot n} \cdot (1 + r \cdot N)$$

$$1\,452\,000 = PV \cdot (1 + 0{,}055)^5 \cdot \left(1 + 0{,}055 \cdot \frac{7}{12}\right)$$

$$PV = 1\,076\,439{,}32 \text{ Kč}$$

Příklad Socrative 2 (room name: FIMA)

Kolik bude činit připsaný úrok ke konci roku, pokud víte následující informace: Klient uložil do banky 4.1. částku 8 000 Kč, dne 18.2. částku 4 500 Kč a 14.4. částku 2 400 Kč. Úroková sazba byla 6 % p.a.

(30/360)

Příklad Socrative 2 - řešení

8 000 Kč

4.1. – 31.12..

t = 356/360

4 500 Kč

18.2. – 31.12.

t = 312/360

2 400 Kč

14.4.-31.12.

t = 256/360

$$I = 8000 \cdot \frac{356}{360} \cdot \mathbf{0,06} + 4500 \cdot \frac{312}{360} \cdot \mathbf{0,06} + 2400 \cdot \frac{256}{360} \cdot \mathbf{0,06}$$

$$I = \left(8000 \cdot \frac{356}{360} + 4500 \cdot \frac{312}{360} + 2400 \cdot \frac{256}{360}\right) \cdot \mathbf{0,06} = \mathbf{811,07}\ \boldsymbol{K}\mathbf{č}$$

Příklad Socrative 3

Dlužník vystavil dlužní úpis na 20 000 Kč, splatných i s úrokem za 8 měsíců při úrokové sazbě 8 % p.a. Za měsíc po vystavení dlužního úpisu jej věřitel prodal jiné osobě, která diskontuje dlužní úpisy diskontní sazbou 9 % p.a.

Kolik dostane věřitel za dlužní úpis?

Příklad Socrative 3 - řešení

t = 8 měsíců, r = 8 % p.a.

$-\mathbf{20\,000,00}\ \boldsymbol{K}$č $\longrightarrow$ $\mathbf{21066,67}\ \boldsymbol{K\check{c}}$

100 % X %

t = 7 měsíců, d = 9 % p.a.

$\mathbf{19\,960,67}\ \boldsymbol{K}$č $\longleftarrow$ $\mathbf{21066,67}\ \boldsymbol{K\check{c}}$

X % 100 %

1. $\mathrm{FV} = 20000 \cdot \left(1 + \frac{0{,}08 \cdot 8}{12}\right) = 21066{,}67\ \mathrm{Kč}$
2. $\mathrm{PV} = 21066{,}7 \cdot \left(1 - \frac{0{,}09 \cdot 7}{12}\right) = 19960{,}67\ \mathrm{Kč}$

MUNI ECON

Příklad Socrative 4

Jak dlouho bylo uloženo 15 000 Kč, jestliže tento vklad vzrostl na 21 000 Kč při složeném úročení a 4% úrokové sazbě p.a., úrok se připisuje jednou ročně?

Příklad Socrative 4 - řešení

- PV = 15 000
- FV = 21 000
- r = 4 % p.a.
- t = ?

$$FV = PV \cdot (1 + r)^t$$

$$21000 = 15000 \cdot (1 + 0{,}04)^t$$

$$\frac{21000}{15000} = (1 + 0{,}04)^t$$

$$\ln\left(\frac{21000}{15000}\right) = t \cdot \ln(1 + 0{,}04)$$

$$t = 8{,}58\ let$$

MUNI ECON

Příklad Socrative 5

Určete úrokovou míru p.a., při které se zvýší počáteční hodnota kapitálu na svůj dvojnásobek za 16 let při měsíčním úročení.

Příklad Socrative 5 - řešení

- r = ? p.a.
- PV = ?
- FV = 2 PV
- t = 16 let
- ÚO = 1 měsíc

$$FV = PV \cdot (1 + r)^t$$

$$2 \cdot PV = PV \cdot \left(1 + \frac{r}{12}\right)^{t \cdot 12}$$

$$r = \left(\sqrt[16 \cdot 12]{2} - 1\right) \cdot 12$$

$$r = 4{,}34\ \%\ \text{p. a.}$$

MUNI ECON

Příklad Socrative 6

Jak dlouho musíte nechat na BÚ částku 4 500 Kč, abyste si mohli nárokovat 8 300 Kč? Víte, že úrok banka počítá 2x/rok a úroková sazba činí 4,2 % p.a. Maximalizujte užitek.

Příklad Socrative 6 - řešení

V rovnici máme dvě neznámé n a N:

$$FV = \mathrm{PV} \cdot \left(1 + \frac{r}{m}\right)^{n \cdot m} \cdot (1 + r \cdot N)$$

Nejprve vypočteme n použitím pouze složeného úr.:

$$FV = \mathrm{PV} \cdot \left(1 + \frac{r}{m}\right)^{n \cdot m}$$

$$n = \frac{\ln\left(\frac{FV}{PV}\right)}{m \cdot \ln\left(1 + \frac{r}{m}\right)}$$

$$n = 14{,}72818 \text{ let} = \mathbf{29}, 45636 \text{ pololetí}$$

Dosadíme počet celých úrokovacích období, tedy pololetí, namísto n·m do původní rovnice:

$$FV = \mathrm{PV} \cdot \left(1 + \frac{r}{m}\right)^{29} \cdot (1 + r \cdot N)$$

A dopočteme N:

$$FV = \mathrm{PV} \cdot \left(1 + \frac{r}{m}\right)^{29} \cdot (1 + r \cdot N)$$

$$N = \frac{\left[\frac{FV}{PV\left(1 + \frac{0{,}042}{2}\right)^{29}} - 1\right]}{0{,}042}$$

$$N = 0{,}22689528 = \mathbf{2} \text{ měsíce a } \mathbf{21}, \mathbf{6823} \text{ dní}$$

Abychom získali požadovanou částku, musí být uloženo alespoň 14 let 8 měsíců a 22 dní

MUNI ECON

Otázky na závěr? (+Socrative)

Děkuji za aktivní účast

v případě dotazů se ptejte,

nebo pište ☺

MUNI ECON