MUNI
ECON

Základy filozofie

formální aspekty argumentace

Tomáš Ondráček
ondracek.t@mail.muni.cz

Faculty of Economics and Administration, Masaryk University

2021

ÚVOD

Co je logika?

zkoumání jazyka

- Syntax
  - zkoumá pouze znaky jako takové
    (např. jejich řetězení ve znaky složené)
- Sémantika
  - zkoumá vztahy znaků a jejich významů
- Pragmatika
  - zkoumá řečové akty uživatelů daného jazykového systému
    s ohledem k jejich záměrům, kontextu výpovědi atp.

Co je logika?

Logika

Nauka o vyplývání.

Vyplývání

Závěr Z *vyplývá* z premis $P_1, P_2, \dots, P_n$ právě tehdy,
když Z je pravdivý za všech okolností,
za nichž jsou pravdivé rovněž premisy $P_1, P_2, \dots, P_n$.

- Nesmí tedy nastat situace,
  kdy máte pravdivé premisy a nepravdivý závěr.

argumenty: vymezení

Argument v logice

Argument je tvořen alespoň dvěma tvrzeními,
přičemž účelem jednoho (premisy)
je podpořit platnost druhého (závěru).

argumenty: dělení

- Deduktivní
  - Ve formálně správném argumentu závěr nutně plyne z premis.
- Induktivní
  - Je zde pravděpodobná souvislost mezi premisami a závěrem.
  - *Je možné*, že premisy budou pravdivé,
    ale závěr nepravdivý.
- …

- V deduktivních argumentech jde o vztah *vyplývání*,
  který studuje právě logika.

Jaké logiky existují?

výroková logika

- Jednoduchý logický systém, na jehož základě jsou budovány ostatní logické systémy.
- Nabízí pouze velmi hrubé možnosti analýzy jazyka.
- Pracuje pouze s výroky.

Výrok

Věta u níž má smysl se ptát, zda je pravdivá, či nepravdivá.

- Výroky nejsou např. věty rozkazovací, přací a tázací.

predikátová logika

- Nabízí jemnější možnosti analýzy jazyka.
- Umí pracovat s predikáty a relacemi.
- Kvantifikátory umožňují analýzu obecných a částečných tvrzení.

logika a pravdivostní hodnoty

- Klasická výroková a predikátová logika
  jsou dvouhodnotové systémy.

Princip dvouhodnotovosti/bivalence

Každý výrok je buď pravdivý, nebo nepravdivý.

- Valuace je totální funkce.
  - Veškeré výroky mají právě jednu z pravdivostních hodnot.

Pravdivostní hodnoty

Pravdivostní hodnoty jsou Pravda a $\mathrm{Nepravda}$ (True a False), zkracují se jako P a N (popř. T a F), často se používá numerické označení 1 a 0.

- Mnohé logické systémy ale *princip dvouhodnotovosti* neuznávají.

kompozicionalita

Princip kompozicionality

Pravdivostní hodnota složeného výroku je jednoznačně určena pravdivostními hodnotami jeho složek.

- Pravdivostní hodnotu složeného výroku určují pravdivostní hodnoty dílčích výroků a sémantika spojek, jež je spojují.

kompozicionalita – důsledek

- Pro každý výrok lze sestavit úplnou tabulku pravdivostních hodnot.
-

p	$\rightarrow$	$(q$	$\vee$	$\neg$	$r)$
1	**1**	1	1	0	1
1	**1**	1	1	1	0
1	**0**	0	0	0	1
1	**1**	0	1	1	0
0	**1**	1	1	0	1
0	**1**	1	1	1	0
0	**1**	0	0	0	1
0	**1**	0	1	1	0

parcialita, *gaps* & *gluts*

- Valuace je parciální funkce.
  - Ne každý výrok má přiřazenu pravdivostní hodnotu.
  - Některé výroky nemají pravdivostní hodnotu a nelze je proto analyzovat.
- V případě některých vět máme pravdivostní mezery (*truth value gaps*).
- Oproti tomu jiní zastávají názor, že některé věty mají obě pravdivostní hodnoty zároveň (*truth value gluts*).
  - Existují pravdivé kontradikce – *dialetheie*.

vícehodnotové logiky

- Zavedení dalších pravdivostních hodnot.
- Náčrt trojhodnotové logiky u Charlese Sanderse Peirce.
- Rozvoj vícehodnotových logik v rámci lvovsko-varšavské školy (Jan Łukasiewicz).
- Trojhodnotové logiky, čtyřhodnotové logiky, …
- Fuzzy logiky.

další logické systémy

Modální logiky
: Obohacení o operátory možnosti ($\Diamond$) a nutnosti ($\Box$).

Epistemické a doxastické logiky
: Obohacení o operátor znalosti, resp. domnívání se.

Temporální logiky
: Obohacení o temporální faktor.

Erotetické logiky
: Možnost analýzy otázek.

Deontické logiky
: Možnost analýzy závazků.

$\vdots$

VÝROKOVÁ LOGIKA

základní logické operátory

negace

Negace ($\neg$, „ne“)

$\neg$	p
0	1
1	0

- Negace obrací pravdivostní hodnotu (složeného) výroku.
- Předpona „*ne-*“ spjatá se slovesem,
  např. „*Není pravda, že...*“.
- Příklady vět:
  - Neprší.

binární pravdivostní funkce

Binární pravdivostní funkce

	f_1^2 T	f_2^2 $\vee$	f_3^2 $\leftarrow$	f_4^2	f_5^2 $\rightarrow$	f_6^2	f_7^2 $\leftrightarrow$	f_8^2 $\wedge$
$\langle 1,1 \rangle$	1	1	1	1	1	1	1	1
$\langle 1,0 \rangle$	1	1	1	1	0	0	0	0
$\langle 0,1 \rangle$	1	1	0	0	1	1	0	0
$\langle 0,0 \rangle$	1	0	1	0	1	0	1	0

	f_9^2 $\uparrow$	f_{10}^2 $\underline{\vee}$	f_{11}^{20}	f_{12}^2 $\nrightarrow$	f_{13}^2	f_{14}^2	f_{15}^2 $\downarrow$	f_{16}^2 K
$\langle 1,1 \rangle$	0	0	0	0	0	0	0	0
$\langle 1,0 \rangle$	1	1	1	1	0	0	0	0
$\langle 0,1 \rangle$	1	1	0	0	1	1	0	0
$\langle 0,0 \rangle$	1	0	1	0	1	0	1	0

konjunkce

Konjunkce ($\wedge$, „a“)

p	$\wedge$	q
1	**1**	1
1	**0**	0
0	**0**	1
0	**0**	0

- Konjunkce je pravdivá tehdy,
  když jsou pravdivé oba výroky (tzv. *konjunkty*),
  jež spojuje.
- Typicky spojka „*a*“, ale i „přičemž“, „kdežto“, „ale“, „jenže“,…
- Příklady vět:
  - V Brně prší a je zima.

disjunkce

Disjunkce ($\vee$, „nebo“)

p	$\vee$	q
1	**1**	1
1	**1**	0
0	**1**	1
0	**0**	0

- (Slučovací) disjunkce je pravdivá tehdy,
  když je pravdivý alespoň jeden z výroků (tzv. *disjunktů*)
  jí spojených .
- Pojí se s výrazem „*nebo*“, případně „*či*“.
- Příklady vět:
  - Petr si chce koupit auto nebo motorku.

vylučovací disjunkce

Vylučovací disjunkce ($\vee\vee$, $\veebar$, „buďto, anebo“)

p	$\veebar$	q
1	**0**	1
1	**1**	0
0	**1**	1
0	**0**	0

- Je pravdivá pouze v případě, že je pravdivý *právě jeden* z disjunktů.
- Často se pojí s výrazem „*buď …, anebo …*“.
- Od slučovací disjunkce se dá odlišit i použitím čárky před „*nebo*“.
- Příklady vět:
  - Petr si koupí auto, nebo motorku.

implikace

Implikace ($\rightarrow$, „jestliže, pak“)

p	$\rightarrow$	q
1	**1**	1
1	**0**	0
0	**1**	1
0	**1**	0

- Implikace je nepravdivá jen tehdy, když je její první člen (*antecedent*) pravdivý a druhý člen (*konsekvent*) nepravdivý.
- Vyjadřována výrazy „*jestliže* …, *pak* …“, „*když* …, *tak* …“ apod.
- Příklady vět:
    - Jestliže bude pršet, tak si vezmu deštník.

ekvivalence

Ekvivalence ($\leftrightarrow$, „právě tehdy, když“)

p	$\leftrightarrow$	q
1	**1**	1
1	**0**	0
0	**0**	1
0	**1**	0

- Jde o implikaci oběma směry.
- Ekvivalence je pravdivá v případě,
  že oba její členy mají stejnou pravdivostní hodnotu.
- Obraty jako „…*právě tehdy, když* …“, „…*tehdy a jen tehdy* …“ atd.
- Příklady vět:
  - Do kina půjdeš jen tehdy, když si uděláš domácí úkol.

ověřování platnosti úsudků

ověřování platnosti úsudků metodou protipříkladu

- Jde o důkaz sporem.
- Cílem je zjistit, zda je logicky možné, aby byly premisy pravdivé a závěr nepravdivý.
  - Pokud se podaří nalézt takovou valuaci, úsudek není platný.

Příklad ověření platnosti úsudku metodou protipříkladu

$$\begin{array}{ll} p_0 \to (q_1 \lor r_1) & 1 \\ q_1 & 1 \\ \hline r_1 \to p_0 & 0 \end{array}$$

tautologie a kontradikce

Tautologie / logicky platná formule

Výrokově-logickou tautologií je formule, která nabývá hodnoty P při každém ohodnocení výrokových proměnných.

Kontradikce / nesplnitelná formule

Výrokově-logickou kontradikcí je formule, která nabývá hodnoty N při každém ohodnocení výrokových proměnných.

vybrané tautologie a kontradikce

Zákon vyloučeného třetího

$p \vee \neg p$

Zákon sporu

$\neg(p \wedge \neg p)$

De Morganův zákon*

$\neg(p \vee q) \leftrightarrow (\neg p \wedge \neg q)$

vybraná usuzovací schémata VL

vybraná usuzovací schémata VL

Modus ponens

$$\frac{\begin{array}{l} A \rightarrow B \\ A \end{array}}{B}$$

Tvrzení konsekventu – neplatné usuzovací schéma!

$$\frac{\begin{array}{l} A \rightarrow B \\ B \end{array}}{A}$$

vybraná usuzovací schémata

Modus tollens

$$\frac{\begin{array}{l} A \to B \\ \neg B \end{array}}{\neg A}$$

Popírání antecedentu – neplatné usuzovací schéma!

$$\frac{\begin{array}{l} A \to B \\ \neg A \end{array}}{\neg B}$$

vybraná usuzovací schémata

Reductio ad absurdum

$$\frac{\begin{array}{l} A \rightarrow B \\ A \rightarrow \neg B \end{array}}{\neg A}$$

Disjunktivní sylogismus

$$\frac{\begin{array}{l} A \vee B \\ \neg A \end{array}}{B} \quad \text{nebo} \quad \frac{\begin{array}{l} A \vee B \\ \neg B \end{array}}{A}$$

PREDIKÁTOVÁ LOGIKA

logický čtverec

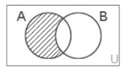
predikátová logika

- Využívá stejné operátory jako výroková logika,
  ale obsahuje několik rozšíření.
- Kvantifikátory:
  - $\forall$ – obecný kvantifikátor; „Všechna *A* jsou *B*".
  - $\exists$ – částečný kvantifikátor; „Některá *A* jsou *B*".
- Zjemnění analýzy jazyka díky možnosti pracovat s *predikáty* (být filozof, být červený, být pes,…)
  a obecně s *n*-árními *relacemi* (mít rád, být potomkem,…).

kladné soudy

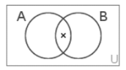
Obecný kladný soud

„Každé A je B."
Žádné individuum nemá vlastnost A, aniž by mělo vlastnost B; nezavazujeme se však k existenci nějakého A.



Částečný kladný soud

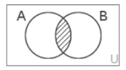
„Některá A jsou B."
Alespoň jedno individuum má vlastnosti A i B.



záporné soudy

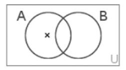
Obecný záporný soud

„Žádné A není B.“
Žádný prvek A nenáleží zároveň do množiny B.

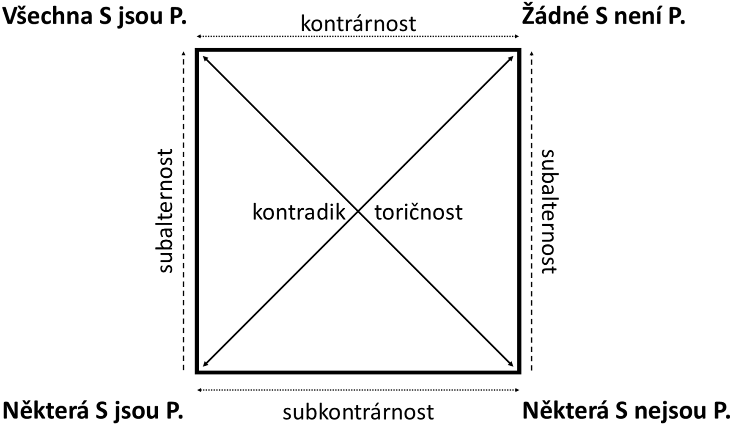


Částečný záporný soud

„Některá A nejsou B.“
Alespoň jedno individuum má vlastnost A, avšak nemá vlastnost B.



logický čtverec



vztahy výroků logického čtverce 1/2

Kontradiktoričnost (kontradikčnost, protikladnost)

- Negace daného výroku;
  dané výroky mají opačnou pravdivostní hodnotu.
- Např.:
  - „Všechny labutě jsou bílé."
  - „Některé labutě nejsou bílé."

Subalternost (podřazenost)

- Lze přejít od *a* k *i* (nikoli však naopak),
  lze přejít od *e* k *o* (nikoli však naopak),
  čili *a* implikuje *i* a *e* implikuje *o*.
- Např.:
  - „Všechny labutě jsou bílé"
  - „Některé labutě jsou bílé".

vztahy výroků logického čtverce 2/2

Kontrárnost (protiva)

- Výroky *a* a *e* nemohou být oba pravdivé, ovšem oba mohou být nepravdivé.
- Např.:
  - „Všechny labutě jsou bílé."
  - „Žádné labutě nejsou bílé."

Subkontrárnost (podprotiva)

- Výroky *o* a *i* nemohou být oba nepravdivé, ovšem oba mohou být pravdivé.
- Např.:
  - „Některé labutě jsou bílé."
  - „Některé labutě nejsou bílé."

sylogismy

sylogismy

Kategorický sylogismus

Úsudek mající právě dvě premisy (*vyšší* a *nižší premisu*) a jeden závěr. Premisy a závěr jsou složeny právě a pouze ze *tří termínů*, tj. (obvykle monadických) predikátů:

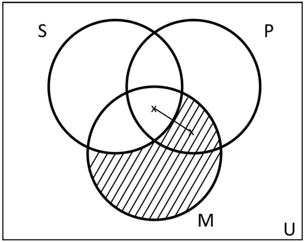
- *subjektu* S
- *predikátu* P
- *středního* (či *mediálního*) *členu* M
  – vyskytuje v obou premisách, avšak nikoli v závěru

- $$\begin{array}{ll} \text{M } a \text{ P} & \text{Všechny ryby umí plavat.} \\ \text{S } a \text{ M} & \text{Všichni tuňáci jsou ryby.} \\ \hline \text{S } a \text{ P} & \text{Všichni tuňáci umí plavat.} \end{array}$$

ověřování platnosti sylogismů pomocí Vennových diagramů

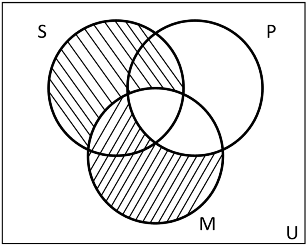
Některá M jsou P.
Žádné M není S.

Některá S jsou P.



Všechna M jsou P.
Všechna S jsou M.

Některá S jsou P.



základní pravidla pro určení platnosti sylogismů

- Ze dvou částečných soudů nic neplyne.
  - Alespoň jedna premisa musí být obecná.
- Ze dvou záporných soudů nic neplyne.
  - Alespoň jedna premisa musí být kladná.
- Když jsou obě premisy obecné, závěr nemůže být částečný.
- Je-li jedna premisa záporná, tak je i závěr záporný.
- Je-li jedna premisa částečná, tak je i závěr částečný.

shrnutí

- Logika je nauka o vyplývání.
  - Závěr vyplývá z premis tehdy, když nemůže nastat situace, aby premisy byly pravdivé a závěr nepravdivý.
- Negace obrací pravdivostní hodnotu výroku.
- Konjunkce je pravdivá jen tehdy, když jsou pravdivé oba dva konjunkty.
- Disjunkce je pravdivá jen tehdy, když je pravdivý alespoň jeden z disjunktů.
- Implikace je nepravdivá jen v případě, kdy je antecedent pravdivý a konsekvent nepravdivý.
- Ekvivalence je pravdivá tehdy, když mají oba její členy stejnou pravdivostní hodnotu.

shrnutí

- Formální platnost argumentu lze ověřit metodou protipříkladu.
  - Pokud je možné modelovat situaci, v níž jsou premisy pravdivé, ale závěr nepravdivý, argument je formálně neplatný.
- Negací obecného kladného výroku je částečný záporný výrok a naopak.
- Negací obecného záporného výroku je částečný kladný výrok a naopak.
- K ověřování platnosti sylogismů lze použít Vennovy diagramy.

ZDROJE

Priest, G. (2007). Logika. Dokořán.
Raclavský, J. (2015a). Úvod do logiky: klasická predikátová logika. Masarykova univerzita.
Raclavský, J. (2015b). Úvod do logiky: klasická výroková logika. Masarykova univerzita.

Tato prezentace vznikla za podpory
Fondu rozvoje Masarykovy univerzity
Projekt: MUNI/FR/1266/2017
Inovace výuky filozofie a etiky pro studenty ESF

MASARYKOVA UNIVERZITA