

Ocenění cenných papírů s fixním výnosem

Fixed-Income Valuation

Ocenění dluhopisů a časová hodnota peněz

- Ocenění dluhopisů je založeno na aplikaci analýzy diskontovaných peněžních toků.



Cena dluhopisu by se měla rovnat hodnotě všech diskontovaných budoucích peněžních toků.

- U dluhopisů s pevnou kupónovou sazbou bez opcí jsou očekávané budoucí peněžní toky tvořeny řadou kupónových úrokových plateb a splácením celé jistiny dluhopisu při splatnosti.
- K získání současné hodnoty se používá tržní diskontní sazba.



Tržní diskontní sazba je požadovaná výnosová míra investory s ohledem na riziko investice do dluhopisu.

Vzorec pro výpočet ceny dluhopisu s ohledem na tržní diskontní sazbu:

$$PV = \frac{PMT}{(1+r)^1} + \frac{PMT}{(1+r)^2} + \dots + \frac{PMT + FV}{(1+r)^N}$$

kde

PV

Současná hodnota dluhopisu

PMT

Kupónová sazba za období

FV

Jmenovitá hodnota dluhopisu vyplacená v době splatnosti/ maturity

r

Požadovaná výnosová míra

N

Počet rovnoměrně rozložených období do splatnosti

Příklad: Vypočítejte hodnotu **a) ročního 4%** kupónového dluhopisu a **b) pololetního 8%** kupónového dluhopisu. Oba mají pět let do splatnosti a tržní diskontní sazba je 6%:

$$\begin{aligned} \text{a) } PV &= \frac{4}{(1.06)^1} + \frac{4}{(1.06)^2} + \frac{4}{(1.06)^3} + \frac{4}{(1.06)^4} + \frac{104}{(1.06)^5} = \\ &= 3.774 + 3.560 + 3.358 + 3.168 + 77.715 = \mathbf{91.575} \end{aligned}$$

Hodnota/ Cena dluhopisu je 91.575.

$$\begin{aligned} \text{b) } PV &= \frac{4}{(1.03)^1} + \frac{4}{(1.03)^2} + \frac{4}{(1.03)^3} + \frac{4}{(1.03)^4} + \frac{4}{(1.03)^5} + \frac{4}{(1.03)^6} + \frac{4}{(1.03)^7} + \\ &\frac{4}{(1.03)^8} + \frac{4}{(1.03)^9} + \frac{104}{(1.03)^{10}} = \mathbf{108.530} \end{aligned}$$

Hodnota/ Cena dluhopisu je 108.530.

Cena dluhopisu s fixním kupónem v poměru k nominální hodnotě závisí na vztahu kupónové sazby k požadované výnosové míře.

Pokud je cena dluhopisu vyšší než jeho nominální hodnota, je dluhopis obchodován s **prémií**.

- K tomu dochází, když je kupónová sazba vyšší než diskontní sazba.

Pokud je cena dluhopisu nižší než jeho nominální hodnota, je dluhopis obchodován s **diskontem**.

- K tomu dochází, když je kupónová sazba nižší než diskontní sazba.

Pokud je cena dluhopisu shodná s jeho nominální hodnotou, je dluhopis obchodován **v par**.

- K tomu dochází, když je kupónová sazba shodná s diskontní sazbou.

- Pokud je známá tržní cena dluhopisu, lze pro výpočet výnosu do splatnosti (YTM) použít klasickou oceňovací rovnici dluhopisu.



Výnos do splatnosti je vnitřní výnosové procento peněžních toků dluhopisu. Je to implikovaná tržní diskontní sazba.

Výnos do splatnosti (YTM) je roční míra návratnosti dluhopisu za předpokladu, že jsou splněny tři podmínky:

- Investor drží dluhopis do splatnosti.
- Emitent splácí kupónové platby a/ nebo jistinou včas a v plné výši.
- Investor je schopen reinvestovat platby kupónů za stejnou sazbu jako je výnosová míra.

- Výnos od splatnosti je tedy slibovaný výnos.

Příklad

Předpokládejme, že čtyřletý 5% roční kupónový dluhopis má cenu 105 při nominální hodnotě 100. Výnos do splatnosti je řešením pro sazbu r v této rovnici:

$$105 = \frac{5}{(1+r)^1} + \frac{5}{(1+r)^2} + \frac{5}{(1+r)^3} + \frac{105}{(1+r)^4}$$

kde $r = 0.03634$, or 3.634%.

Dluhopis je obchodován s prémii, protože jeho kupónová sazba je vyšší než výnos požadovaný investory.

- Cena fixního dluhopisu se změní vždy, když dojde ke změně diskontního faktoru.

Cena dluhopisu je nepřímo úměrná tržní diskontní sazbě. Když se zvýší tržní diskontní sazba, cena dluhopisu klesá (**inverzní efekt**).

Pro stejnou kuponovou sazbu a dobu do splatnosti je procentuální změna ceny větší, když tržní diskontní sazba klesá, než když roste (**efekt konvexity**).

Pro stejnou dobu do splatnosti má dluhopis s nižším kupónem větší procentuální změnu ceny než dluhopis s vyšším kupónem, pokud se jejich tržní diskontní sazby změní o stejnou výši (**kupónový efekt**).

Pro stejné sazby kupónu má dlouhodobý dluhopis větší procentuální změnu ceny než krátkodobý dluhopis, když se jejich tržní diskontní sazby změní o stejnou částku (**efekt splatnosti**).

Vztahy mezi cenou dluhopisu a jeho charakteristikami

Dluhopis	Kupónová sazba	Maturity	Cena při diskontu 20%	Diskontní sazba jde nahoru		Diskontní sazba jde dolů	
				Cena při 19%	% změna	Cena při 21%	% změna
A	10%	10	58.075	60.950	4.95%	55.405	-4.60%
B	20%	10	100.000	104.339	4.34%	95.946	-4.05%
C	30%	10	141.925	147.728	4.09%	136.487	-3.83%
D	10%	20	51.304	54.092	5.43%	48.776	-4.93%
E	20%	20	100.000	105.101	5.10%	95.343	-4.66%
F	30%	20	148.696	156.109	4.99%	141.910	-4.56%

Protože je tržní diskontní sazby pro peněžní toky s různou splatností různá, je lepší vypočítat cenu dluhopisu pomocí sekvence tržních diskontních sazeb, které odpovídají datům peněžních toků.



Obecný vzorec pro výpočet ceny dluhopisu vzhledem k posloupnosti spotových sazeb:

$$PV = \frac{PMT}{(1 + Z_1)^1} + \frac{PMT}{(1 + Z_2)^2} + \dots + \frac{PMT + FV}{(1 + Z_N)^N}$$

kde Z_1 , Z_2 , a Z_N jsou spotové sazby pro období 1, 2, a N .



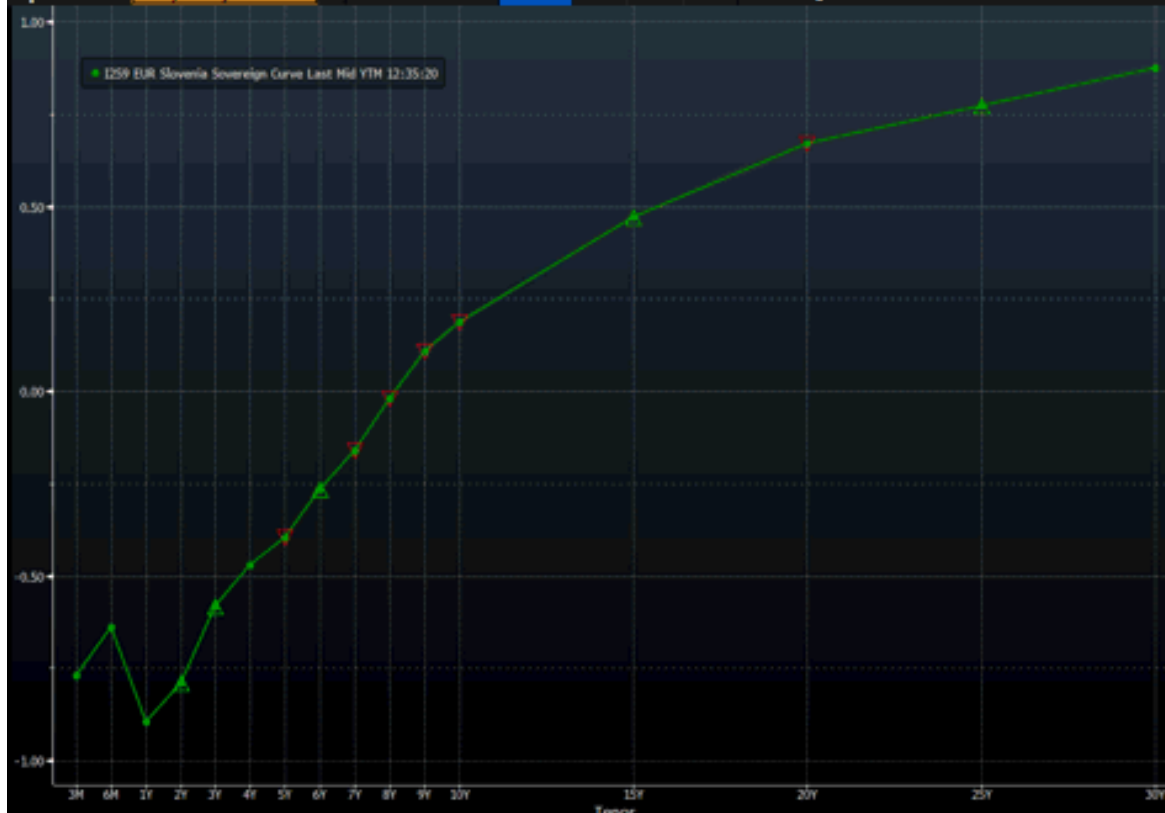
YCGT0259 3m -1.01 6m -0.74 1y -0.98 2y -0.86 5y -0.42 10y 0.167 30y 0.855

EUR Slovenia Sovereign Curve

EUR Slovenia Sovereign Cu Actions 98 Table Export Settings Graph Curves

X-Axis Tenor Y-Axis Mid YTM Currency None PCS MULT Lower Chart Table

Specific MM/DD/YY Relative Last 1D 1W 1M Modify



Curves & Relative Value

Plot Curves

<Add Curve> Browse | CRVF >

EUR Slovenia Sovereign Curve

Mid YTM

+ Add Field

Base Curve I259 Mid YTM

Show Constituents on Base Curve

Recent Curves

+ Deutsche Bank AG EUR Sr CDS Curve

+ DNB ASA EUR Sr CDS Curve

Curves related to EUR Slovenia Sover...

Bond Spread to Curve

<Add Security>

Plot New Issues / Points

Interpolate Curves

All Tenors Key Tenors

Curve Id	3M	1Y	2Y	3Y	5Y	10Y	15Y	30Y
11) I259	-0.770	-0.895	-0.790	-0.583	-0.396	0.186	0.470	0.875

Australia 61 2 9777 8600 Brazil 5511 2395 9000 Europe 44 20 7330 7500 Germany 49 69 9204 1210 Hong Kong 852 2977 6000
 Japan 81 3 4565 8900 Singapore 65 6212 1000 U.S. 1 212 318 2000

Copyright 2021 Bloomberg Finance L.P.
 SN 757294 EEST GMT+3:00 H996-3088-1 27-Sep-2021 12:35:20

Příklad Předpokládejme, že roční spotová sazba je 2%, dvouletá spotová sazba je 3% a tříletá spotová sazba je 4%. Vypočítejte cenu tříletého 5% ročního kupónu platícího dluhopisu:

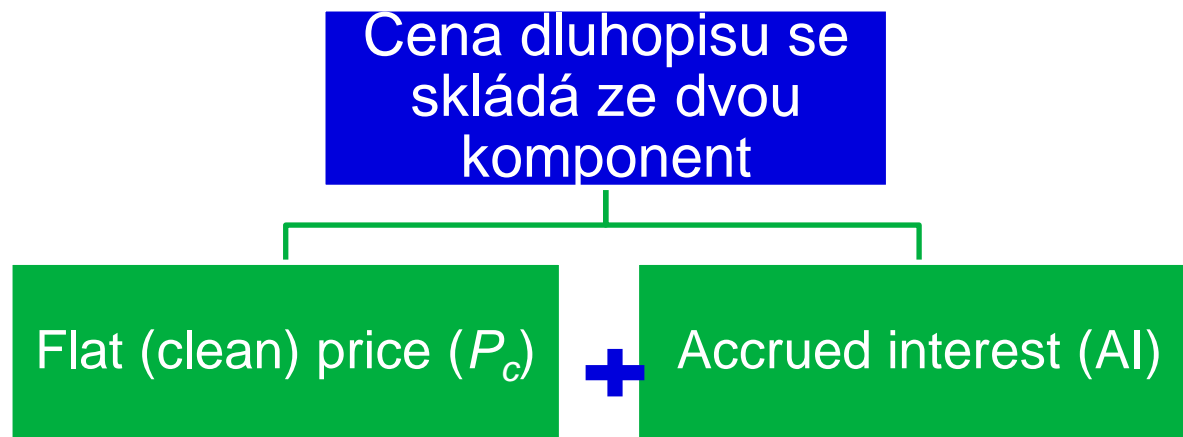
$$\frac{5}{(1.02)^1} + \frac{5}{(1.03)^2} + \frac{105}{(1.04)^3} =$$

$$4.902 + 4.713 + 93.345 = \mathbf{102.960}$$

Cena dluhopisu je 102.960.

Současné hodnoty jednotlivých peněžních toků diskontovaných pomocí spotových sazeb se liší od hodnot využívajících výnos do splatnosti, ale součet současných hodnot je stejný. Stejná cena je tedy získána pomocí obou přístupů.

Cena a výnosnost



Suma flat price a accrued interest je plná (dirty) price (P_f).

$$P_f = P_c + AI$$

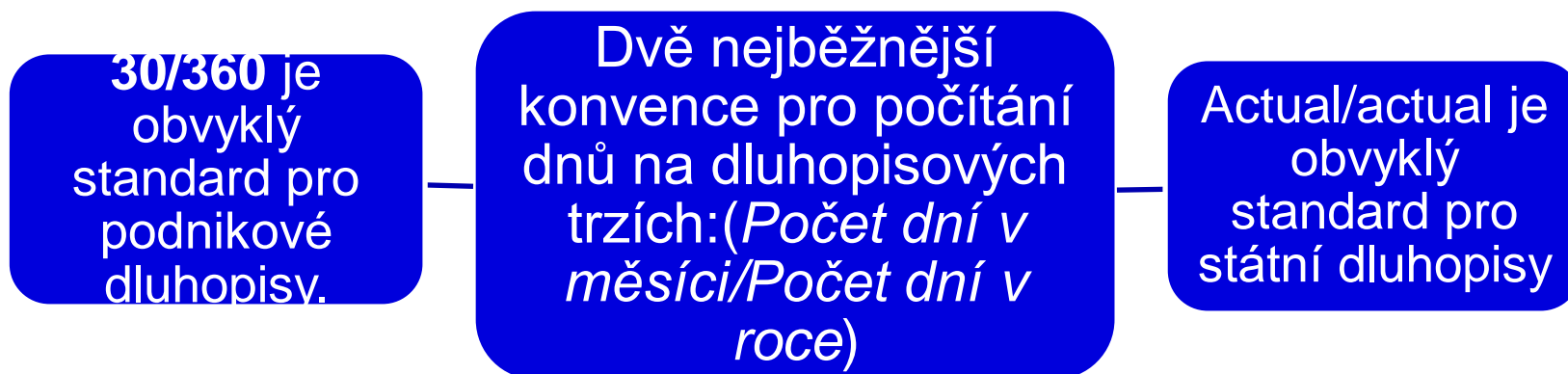
Prodejci dluhopisů obvykle uvádějí flat cenu.

Kupující zaplatí plnou cenu za dluhopis v den vypořádání.

- Accrued interest je poměrný podíl další platby kupónu

$$AI = \frac{t}{T} \times PMT$$

kde t je počet dní od poslední platby kupónu do data vypořádání;
 T je počet dní v období kupónu; t/T je zlomek kuponového období, které uplynulo od poslední platby; a PMT je platba kupónu za období.



- Full price dluhopisu lze vypočítat jako:

$$P_f = \frac{\text{PMT}}{(1+r)^{1-t/T}} + \frac{\text{PMT}}{(1+r)^{2-t/T}} + \dots + \frac{\text{PMT} + \text{FV}}{(1+r)^{N-t/T}}$$

kde $N - t / T$ představuje čas před provedením příslušné platby a FV je nominální hodnota dluhopisu.

- Výše uvedený vzorec může být zjednodušen:

$$P_f = \text{PV} \times (1+r)^{t/T}$$

kde PV je hodnota dluhopisu k poslednímu datu výplaty kupónu a lze ji vypočítat pomocí vzorce pro standardní cenu dluhopisu.

Příklad Cena 6% německého korporátního dluhopisu je oceněna na vypořádání 18. června 2015. Dluhopis provádí každoroční platby kupónem 19. března a 19. září každého roku a splatnost je 19. září 2026. Pomocí konvence počítání dnů 30/360 vypočítejte full price, AI a flat price za 100 EUR nominální hodnoty, pokud je YTM 5,80% (2,90% za šest měsíců):

- Cena dluhopisu po posledním kupónu 19. března je:

$$PV = \frac{3}{(1.0290)^1} + \frac{3}{(1.0290)^2} + \dots + \frac{103}{(1.0290)^{23}} = 101.6616$$

Současná hodnota dluhopisu je EUR 101.6616.

Příklad (pokračování):

- **Full price k 18. červnu 2015 je**

$$P_f = 101.66 \times (1.0290)^{89/180} = \mathbf{EUR103.1088}$$

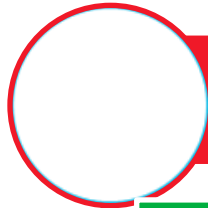
- **Accrued interest je**

$$AI = \frac{89}{180} \times 3 = \mathbf{EUR1.4833}$$

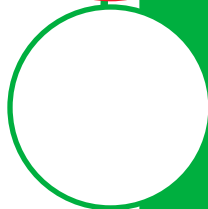
- **Clean/flat price je**

$$P_c = 103.1088 - 1.4833 = \mathbf{EUR101.6254}$$

Maticové ocenění



Maticové oceňování je proces odhadu používaný pro dluhopisy, které nejsou aktivně obchodovány.



V maticových cenách se tržní diskontní sazby získávají ze srovnatelných dluhopisů (tj. dluhopisů s podobnou dobou splatnosti, kuponovou sazbou a úvěrovou kvalitou).

- **Příklad** Analytik oceňuje tříletý, 4% pololetní kupónový korporátní dluhopis bez aktivního trhu pro odvození příslušné YTM. Najde dva dluhopisy s podobnou úvěrovou kvalitou: Dvouletý dluhopis se obchoduje s YTM 3,8035% a pětiletý s YTM 4,1885%. Při použití lineární interpolace bude odhadovaná YTM tříletého dluhopisu 3,9318%:

$$- 0.038035 + \left(\frac{3-2}{5-2}\right) \times (0.041885 - 0.038035) = 0.039318$$

Maticové oceňování se také používá při upisování nových dluhopisů k získání odhadu požadovaného rozpětí výnosů nad referenční sazbou.

- Referenční sazba je obvykle výnos do splatnosti u státního dluhopisu, který má stejnou nebo téměř stejnou dobu do splatnosti.

Spread je rozdíl mezi výnosem do splatnosti nového dluhopisu a referenční sazbou.

- Výnosový spread je dodatečná kompenzace požadovaná investory za rozdíl v úvěrovém riziku, riziku likvidity a daňovém stavu dluhopisu ve srovnání se státním dluhopisem. Toto rozpětí se někdy nazývá „spread over benchmark“.

Výnosnost fixních dluhopisů

- Investoři používají standardizovaná měřítka výnosů, aby umožnili srovnání mezi dluhopisy s různou splatností.

U dluhopisů se splatností delší než jeden rok:

- Použije se anualizovaný výnos do splatnosti založený na složeném úročení.

U nástrojů peněžního trhu kratších než jeden rok do splatnosti:

- Se použije anualizovaný, ale ne složený výnos do splatnosti.

- Roční výnos z dluhopisu s pevnou sazbou závisí na periodicitě roční sazby.
 - Efektivní roční sazba pomáhá překonat problém s různou periodicitou. Předpokládá, že existuje pouze jedno složené období za rok.

Dalším způsobem, jak překonat problém s různou periodicitou, je vypočítat ekvivalentní roční výnos

Obecný vzorec pro převod výnosů na základě různých periodicit:

$$\left(1 + \frac{APR_m}{m}\right)^m = \left(1 + \frac{APR_n}{n}\right)^n$$

Kde **APR** je roční výnosová sazba **m** a **n** jsou počty plateb za období.

Například převod YTM 4,96% ze pololetní periodicitu na čtvrtletní periodicitu dává YTM

$$4,93\%: \left(1 + \frac{0.0496}{2}\right)^2 = \left(1 + \frac{APR_4}{4}\right)^4, APR_4 = 0.0493$$

Výnos do splatnosti pro Floating-Rate Notes (FRA)

Úrokové platby u dluhopisů s pohyblivou sazbou se liší období od období v závislosti na aktuální úrovni referenční úrokové sazby (např. LIBOR)

Jistina u FRA není obvykle amortizovaná a je splatná v plné výši při splatnosti.

Referenční sazba je stanovena na začátku období a úroková platba je provedena na konci období.

Nejběžnější konvence počítání dnů pro výpočet naběhlého úroku jsou obvykle actual/360 a actual/365.

Rozpětí specifikovaného výnosu nad referenční sazbu se ve FRN nazývá „kotovaná marže“.

Požadovaná marže (tj. diskontní marže) je výnos rozprostřený nad referenční sazbu nebo pod ni, takže FRN je oceněna nominální hodnotou k datu vynulování sazby.

Zjednodušený FRN pricing model:

$$PV = \frac{\frac{(\text{Index} + \text{QM}) \times \text{FV}}{m}}{\left(1 + \frac{\text{Index} + \text{DM}}{m}\right)^1} + \frac{\frac{(\text{Index} + \text{QM}) \times \text{FV}}{m}}{\left(1 + \frac{\text{Index} + \text{DM}}{m}\right)^2} + \dots + \frac{\frac{(\text{Index} + \text{QM}) \times \text{FV}}{m} + \text{FV}}{\left(1 + \frac{\text{Index} + \text{DM}}{m}\right)^N}$$

kde **PV** je současná hodnota/cena FRN, index je roční referenční sazba, **QM** je kotovaná marže (anualizovaná), **FV** je hodnota při splatnosti, **m** je periodičita FRN, **DM** je anualizovaná diskontní marže, a **N** je počet období do splatnosti.

Příklad: Předpokládejme, že pětiletý FRN platí tříměsíční Libor plus 0,75% čtvrtletně. V současné době je tříměsíční Libor 1,10%. Cena FRN je 95,50 při 100 nominální hodnotě FRA. Vypočítejte diskontní marži:

$$95.50 = \frac{\frac{(0.011+0.0075) \times 100}{4}}{\left(1 + \frac{0.011+DM}{4}\right)^1} + \frac{\frac{(0.011+0.0075) \times 100}{4}}{\left(1 + \frac{0.011+DM}{4}\right)^2} + \dots + \frac{\frac{(0.011+0.0075) \times 100}{4} + 100}{\left(1 + \frac{0.011+DM}{4}\right)^{20}}$$

- Řešení pro DM, DM = 1,718% nebo 171,8 bps

- Existuje několik důležitých rozdílů ve výnosnosti mezi peněžním a dluhopisovým trhem:

Míra návratnosti nástroje peněžního trhu je založena na jednoduchém úroku.

Nástroje peněžního trhu jsou často kótovány pomocí nestandardních úrokových sazeb a vyžadují jiné cenové rovnice, než jaké se používají pro dluhopisy.

Nástroje peněžního trhu s různou dobou splatnosti mají různou periodicitu pro výpočet roční sazbu.

Cenový vzorec pro nástroje peněžního trhu kótovaný na základě diskontní sazby:

$$\bullet PV = FV \times \left(1 - \frac{\text{Počet dní do splatnosti}}{\text{Počet dní v roce}} \times DR\right)$$

Cenový vzorec pro nástroje peněžního trhu kótovaný na základě prémiové sazby (add-on rate):

$$\bullet PV = \frac{FV}{\left(1 + \frac{\text{Počet dní do splatnosti}}{\text{Počet dní v roce}} \times AOR\right)}$$

kde **Dny** je počet dní mezi vypořádáním a splatností; **Rok** je počet dní v roce (365 nebo 360); **DR** je diskontní sazba, uváděná jako roční procentní sazba; a **AOR** je míra navýšení, uváděná jako roční prémiová procentní sazba.

Příklady: Předpokládejme, že 91denní pokladniční poukázka USA (T-Bills) s nominální hodnotou 10 milionů USD je kótována s diskontní sazbou 2,25% pro předpokladu rok =360 dní. Předpokládejme, že $FV = 10\,000\,000$, $dny = 91$, $rok = 360$ a $DR = 0,0225$. Zjistěte cenu dluhopisu

$$PV = 10,000,000 \times \left(1 - \frac{91}{360} \times 0.0225\right) = \mathbf{USD\ 9,943,125}$$

- Předpokládejme, že kanadský penzijní fond koupí 180denní bankovní směnku (BA) s prémieí 4,38% při předpokladu rok = 365. Pokud je počáteční částka jistiny 10 milionů CAD, vypočítejte částku splatnou v době splatnosti:

$$FV = 10,000,000 \times \left(1 + \frac{180}{365} \times 0.0438\right) = \mathbf{CAD\ 10,216,000}$$

Diskont se vypočítá na základě vztahu

$$\bullet DR = \left(\frac{\text{Počet dní v roce}}{\text{Počet dní do splatnosti}} \right) \times \left(\frac{FV - PV}{FV} \right)$$

Add-on rate se vypočítá na základě vztahu:

$$\bullet AOR = \left(\frac{\text{Počet dní v roce}}{\text{Počet dní do splatnosti}} \right) \times \left(\frac{FV - PV}{PV} \right)$$

První výraz pro oba vzorce Počet dní v roce / Počet dní do splatnosti je periodičita roční sazby.

Druhým termínem je získaný úrok, $FV - PV$, děleno PV - investovaná částka.

U diskontní sazby je však jmenovatelem ve druhém období FV , nikoli PV . Z tohoto důvodu diskontní sazba peněžního trhu podhodnocuje míru návratnosti investorovi.

Příklad Předpokládejme, že investor zvažuje investici do 90denních komerčních papírů kótovaného s diskontní sazbou 5,76% při 360denním roce. Jeho $FV = 100$ a $PV = 98,560$.

Roční výnosovou míru komerčního papíru na základě 365denního roku:

$$AOR = \left(\frac{365}{90}\right) \times \left(\frac{100-98.56}{98.56}\right) = 0.05925, \text{ or } 5.925\%$$

Předpokládejme nyní, že analytik dává přednost převodu sazeb peněžního trhu na pololetní dluhopisovou bázi. Kótovaná sazba pro 90denní nástroj peněžního trhu je 10%, kótovaná jako výnos ekvivalentní dluhopisu (její periodicita je 365/90):

$$\left(1 + \frac{0.1}{365/90}\right)^{365/90} = \left(1 + \frac{APR_2}{2}\right)^2, APR_2 = 0.10127, \text{ or } 10.127\%$$

Struktura úrokových sazeb

– Pojem struktura úrokových sazeb je faktor, který se vysvětluje rozdíl mezi výnosnostmi dluhopisů. Zahrnuje analýzu výnosových křivek, což jsou vztahy mezi výnosy do splatnosti a časem do splatnosti.

Rozdíl mezi výnosy dvou dluhopisů může být způsoben různými důvody, například:

- Měna
- Likvidita
- Periodicita
- daňový status
- čas do splatnosti

Příklady výnosových křivek

Spotová křivka (vládní dluhopisů) je posloupnost výnosů do splatnosti u dluhopisů s nulovým kupónem.

Výnosová křivka u kupónových dluhopisů je posloupnost výnosů do splatnosti u (vládních) dluhopisů platících kupóny.

↳ A par curve je posloupnost výnosů do splatnosti, tak že každý dluhopis je oceněn nominální hodnotou.

Par curve je odvozena ze spot křivky pomocí následujícího vzorce a řešení pro PMT (z je spotová sazba za období):

$$100 = \frac{PMT}{(1 + z_1)^1} + \frac{PMT}{(1 + z_2)^2} + \dots + \frac{PMT + 100}{(1 + z_N)^N}$$

↳ **Forward curve** je řada forward sazeb, z nichž každá má stejný časový rámec. Tyto forwardové sazby lze pozorovat u transakcí na trhu s deriváty..

Forward rate

- je úroková sazba u dluhopisu nebo nástroje peněžního trhu obchodovaných na forwardovém trhu (budoucí dodání).

Implikovaná forward rate (forward yield)

- se počítá ze spotových sazeb a je to rovnovážná reinvestice
- spojuje návratnost investice do krátkodobějšího dluhopisu s nulovým kupónem s návratností investice do dlouhodobějšího dluhopisu s nulovým kupónem.

Přestože autoři učebnic financí používají různé notace, nejběžnější tržní praxí je pojmenovat forwardové sazby jako v tomto příkladu: „2y5y“-vyslovuje se „dvouletá sazba v pětileté“. První číslo (dvě) označuje délku forwardového období v letech ode dneška a druhé číslo (pět) označuje tenor (čas do splatnosti) podkladového dluhopisu.

Obecný vzorec pro vztah mezi dvěma spotovými sazbami a implikovanou forwardovou sazbou je

$$(1 + z_A)^A \times (1 + \text{IFR}_{A,B-A})^{B-A} = (1 + z_B)^B$$

kde A jsou roky ode dneška, kdy CP začíná, a B - A je doba trvání.

Příklad Vypočítejte 2y4y, pokud je dvouletá spotová sazba 4,5% a čtyřletá spotová sazba 5% za předpokladu ročního složení:

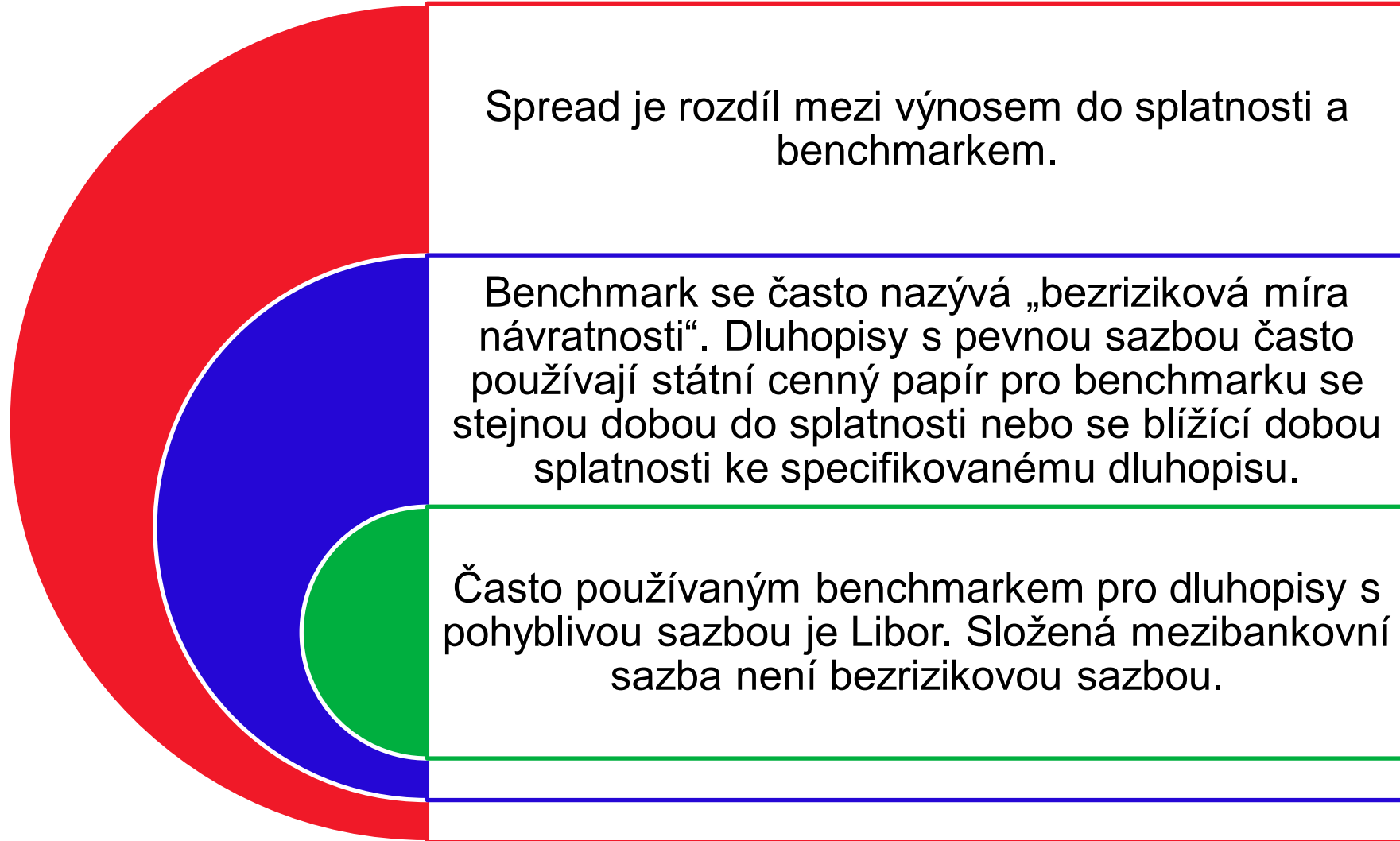
$$(1 + \text{IFR}_{2,2})^2 = \frac{(1 + 0.05)^4}{(1 + 0.045)^2} \quad \text{IFR}_{2,2} = 5.50\%$$

- Protože spotové sazby lze odvodit pomocí forwardových sazeb, dluhopisy lze ocenit pomocí forwardové křivky:

PV =

$$\begin{aligned}
 & \frac{\mathbf{PMT}}{\mathbf{1 + Z_1}} + \frac{\mathbf{PMT}}{(\mathbf{1 + Z_1}) \times (\mathbf{1 + IFR_{1,1}})} + \dots \\
 & + \frac{\mathbf{PMT + FV}}{(\mathbf{1 + Z_1}) \times (\mathbf{1 + IFR_{1,1}}) \times \dots \times (\mathbf{1 + IFR_{N,1}})}
 \end{aligned}$$

Yield Spreads



Yield-to-Maturity Building Block

