

# PŘEBYTEK SPOTŘEBITELE A TRH – řešené příklady

## Přebytek spotřebitele

- Spotřebitel může nakupovat pouze dva statky, statek 1 a statek 2. Jeho užitková funkce je  $u(x_1, x_2) = \min\{x_1, x_2\}$ , kde  $x_1$  je množství statku 1 a  $x_2$  je množství statku 2. Příjem spotřebitele je  $m = 24$ . Původní ceny jsou  $(p_1, p_2) = (2, 1)$ . Nové ceny jsou  $(p'_1, p_2) = (3, 1)$ . Spočítejte kompenzační a ekvivalentní variaci spotřebitele.

### Řešení

V tomto případě se kompenzační variace rovná částce, kterou bychom museli po zvýšení ceny dát spotřebiteli, aby na tom byl stejně jako před zvýšením ceny.

Potřebujeme najít takový důchod  $\hat{m}$ , při kterém by spotřebitel měl po změně ceny stejný užitek jako před změnou ceny s důchodem  $m = 24$ . Poptávka po dokonalých komplementech spotřebovávaných v poměru 1:1 je

$$x_1 = x_2 = \frac{m}{p_1 + p_2}.$$

Pro důchod  $\hat{m}$  tedy bude platit, že

$$\begin{aligned} u\left(\frac{\hat{m}}{p'_1 + p_2}, \frac{\hat{m}}{p'_1 + p_2}\right) &= u\left(\frac{m}{p_1 + p_2}, \frac{m}{p_1 + p_2}\right) \\ \frac{\hat{m}}{p'_1 + p_2} &= \frac{m}{p_1 + p_2} \\ \frac{\hat{m}}{3 + 1} &= \frac{24}{2 + 1} \\ \hat{m} &= 32. \end{aligned}$$

Kompenzační variace se rovná

$$CV = \hat{m} - m = 32 - 24 = 8.$$

V tomto případě se ekvivalentní variace rovná částce, kterou bychom museli před zvýšením ceny vzít spotřebiteli, aby na tom byl stejně jako po zvýšení ceny.

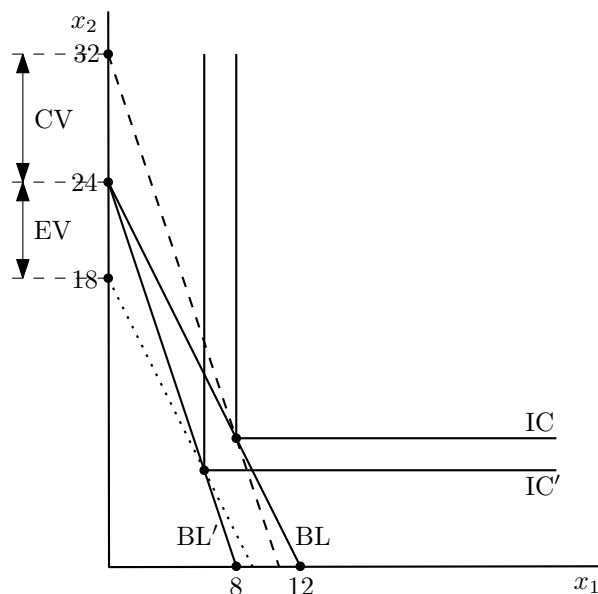
Potřebujeme najít takový důchod  $m^*$ , při kterém by spotřebitel měl před změnou ceny stejný užitek jako po změně ceny s důchodem  $m = 24$ . Pro důchod  $m^*$  tedy bude platit, že

$$\begin{aligned} u\left(\frac{m^*}{p_1 + p_2}, \frac{m^*}{p_1 + p_2}\right) &= u\left(\frac{m}{p'_1 + p_2}, \frac{m}{p'_1 + p_2}\right) \\ \frac{m^*}{p_1 + p_2} &= \frac{m}{p'_1 + p_2} \\ \frac{m^*}{2 + 1} &= \frac{24}{3 + 1} \\ m^* &= 18. \end{aligned}$$

Ekvivalentní variace se rovná

$$EV = m - m^* = 24 - 18 = 6.$$

Následující obrázek znázorňuje řešení tohoto příkladu. Původní linie rozpočtu je označena BL a nová linie rozpočtu BL'. Čárkovaně je znázorněna linie rozpočtu při nových cenách a příjmu  $\hat{m}$ . Tečkovaně linie je vyznačena rozpočtu při původních cenách a důchodu  $m^*$ .



- Spotřebitel může nakupovat pouze dva statky, statek 1 a statek 2. Jeho užitková funkce je  $u(x_1, x_2) = 10x_1 - x_1^2/2 + x_2$ , kde  $x_1$  je množství statku 1 a  $x_2$  je množství statku 2. Statek 2 je kompozitní statek, tedy  $p_2 = 1$ . Jak se změní přebytek spotřebitele, když se cena statku 1 sníží z  $p_1 = 5$  na  $p'_1 = 3$ .

### Řešení

Abychom mohli zjistit, jak pokles ceny změni přebytek spotřebitele, musíme nejdřív odvodit poptávku spotřebitele po statku 1. Jelikož má spotřebitel má monotónní (a spojitě) preference, bude hledat na své linii rozpočtu takový spotřební koš, při kterém bude jeho užitek maximální. Řešíme tedy následující úlohu:

$$\max_{x_1, x_2} u(x_1, x_2) = 10x_1 - x_1^2/2 + x_2$$

$$\text{při omezení } m = p_1x_1 + p_2x_2.$$

Z linie rozpočtu si můžeme vyjádřit např. množství statku 2 a dosadit

$$x_2 = \frac{m}{p_2} - \frac{p_1x_1}{p_2}. \quad (1)$$

Dosazením zpět do užitekovej funkce získáme neomezenou optimalizační úlohu s jednou neznámou

$$\max_{x_1} u(x_1) = 10x_1 - x_1^2/2 + \frac{m}{p_2} - \frac{p_1x_1}{p_2}.$$

Množství statku 1  $x_1^*$ , pro které má tato funkce extrém, najdeme tak, že položíme první derivaci rovnou nule:

$$\frac{du(x_1)}{dx_1} = 10 - x_1 - \frac{p_1}{p_2} = 0.$$

Tento extrém je maximum, protože pro druhou derivaci platí, že

$$\frac{d^2u(x_1)}{dx_1^2} = -1 < 0.$$

Protože  $p_2 = 1$ , poptávka po statku 1 je

$$x_1^* = 10 - p_1.$$

Změna v přebytku spotřebitele je

$$\Delta CS = \int_3^5 (10 - p_1) dp_1$$

$$\Delta CS = \left[ 10p_1 - \frac{p_1^2}{2} \right]_3^5$$

$$\Delta CS = 10 \times 5 - \frac{5^2}{2} - 10 \times 3 + \frac{3^2}{2}$$

$$\Delta CS = 12.$$

Alternativně můžeme spočítat změnu v přebytku spotřebitele jako rozdíl v obsahu ploch mezi křivkou inverzní poptávky  $p_1 = 10 - x_1^*$  a cenou, tedy

$$\Delta CS = \frac{(10 - 3) \times 7}{2} - \frac{(10 - 5) \times 5}{2}$$

$$\Delta CS = 24,5 - 12,5 = 12.$$

## Tržní poptávka a rovnováha

3. Tržní poptávka po vstupenkách na fotbal je  $p(q) = 100 - q/1000$ , kde  $p$  je cena vstupenky a  $q$  množství vstupenek. Stadion má kapacitu  $\bar{q} = 30000$  diváků. Při jaké ceně dosáhnou pořadatelé maximálního příjmu.

### Řešení

Hledáme takové množství, při kterém bude maximální celkový příjem  $TR(q) = p(q)q$ . Pokud bychom nebyli omezeni kapacitou stadionu, řešili bychom následující úlohu

$$\max_q TR(q) = p(q)q = 100q - q^2/1000$$

Hledáme extrém funkce. Derivací celkových příjmů podle  $q$  získáme funkci mezních příjmů, kterou položíme rovnou 0, tedy

$$MR(q) = 100 - q^*/500 = 0$$

$$q^* = 50000.$$

Protože je druhá derivace záporná ( $-\frac{1}{500} < 0$ ), celkový příjem při množství  $q^*$  je maximální.

Tedy pokud bychom nebyli omezeni kapacitou stadionu, pořadatelé by maximalizovali příjem při ceně

$$p^* = 100 - q^*/1000 = 50.$$

Stadion však pojme pouze 30000 diváků. Protože je funkce mezních příjmů kladná pro  $q < 50000$ , maximálního příjmu dosáhneme při plné kapacitě stadionu  $\bar{q} = 30000$ . Cena při množství  $\bar{q} = 30000$  bude

$$\bar{p} = 100 - \bar{q}/1000 = 70.$$

4. Poptávka na trhu s alkoholem je  $q_D = a - 2p_D$  a nabídka na tomto trhu je  $q_S = c + 18p_S$ . Předpokládejte, že vláda uvalí novou daň ve výši 50 Kč na litr alkoholu. Kolik korun z daně uvalené na litr alkoholu zaplatí poptávající a kolik nabízející?

#### Řešení

V rovnováze se poptávané množství rovná nabízenému množství:

$$\begin{aligned} q_D^* &= q_S^* \\ a - 2p_D^* &= c + 18p_S^*. \end{aligned}$$

Pokud není statek  $x$  zdaněný, bude se poptávková a nabídková cena rovnat, tedy  $p_D^* = p_S^* = p^*$ . Rovnovážnou cenu můžeme tedy vypočítat takto:

$$\begin{aligned} a - 2p^* &= c + 18p^* \\ p^* &= \frac{a - c}{20}. \end{aligned}$$

Pokud je na statek  $x$  uvalena množstevní daň ve výši  $t$ , bude v rovnováze platit, že

$$\begin{aligned} p_D^* &= p_S^* + t \\ p_D^* &= p_S^* + 50. \end{aligned} \quad (2)$$

Řešíme tedy dvě rovnice o dvou neznámých

$$\begin{aligned} a - 2p_D^* &= c + 18p_S^* \\ p_D^* &= p_S^* + 50. \end{aligned}$$

Substitucí najdeme nabídkovou cenu

$$\begin{aligned} a - 2(p_S^* + 50) &= c + 18p_S^* \\ p_S^* &= \frac{a - c}{20} - 5. \end{aligned}$$

Nabízející zaplatí z daně uvalené na litr alkoholu rozdíl mezi původní rovnovážnou cenou  $p^*$  a rovnovážnou nabídkovou cenou  $p_S^*$ , tedy

$$p^* - p_S^* = 5.$$

Poptávkovou cenu vypočítáme z rovnice (2)

$$\begin{aligned} p_D^* &= \frac{a - c}{20} - 5 + 50 \\ p_D^* &= \frac{a - c}{20} + 45. \end{aligned}$$

Poptávající zaplatí z daně uvalené na litr alkoholu rozdíl mezi rovnovážnou poptávkovou cenou  $p_D^*$  a původní rovnovážnou cenou  $p^*$ , tedy

$$p_D^* - p^* = 45.$$

5. Poptávka po statku  $x$  je  $q = 100 - p$  a nabídka statku  $x$  je  $q = 10 + 0,5p$ , kde  $q$  je množství a  $p$  je cena. Vláda stanovila cenu statku  $x$  na  $\bar{p} = 50$ . Aby vláda přešla nedostatku, rozhodla se, že zaplatí nabízejícím takovou množstevní dotaci  $s$ , aby byl trh v rovnováze. Jak velká bude tato dotace?

#### Řešení

Dotace musí být tak vysoká, aby se poptávané množství statku  $x$  při ceně  $\bar{p}$  rovnalo nabízenému množství při ceně  $\bar{p}$  a dotaci  $s$ . Musí tedy platit, že

$$\begin{aligned} 100 - \bar{p} &= 10 + 0,5(\bar{p} + s) \\ 100 - 50 &= 35 + 0,5s \\ s &= 30. \end{aligned}$$

Při množstevní dotaci  $s = 30$  bude trh s regulovanou cenou  $\bar{p} = 50$  v rovnováze.