

Citlivost (cen) dluhopisů na pohyby úrokových sazeb

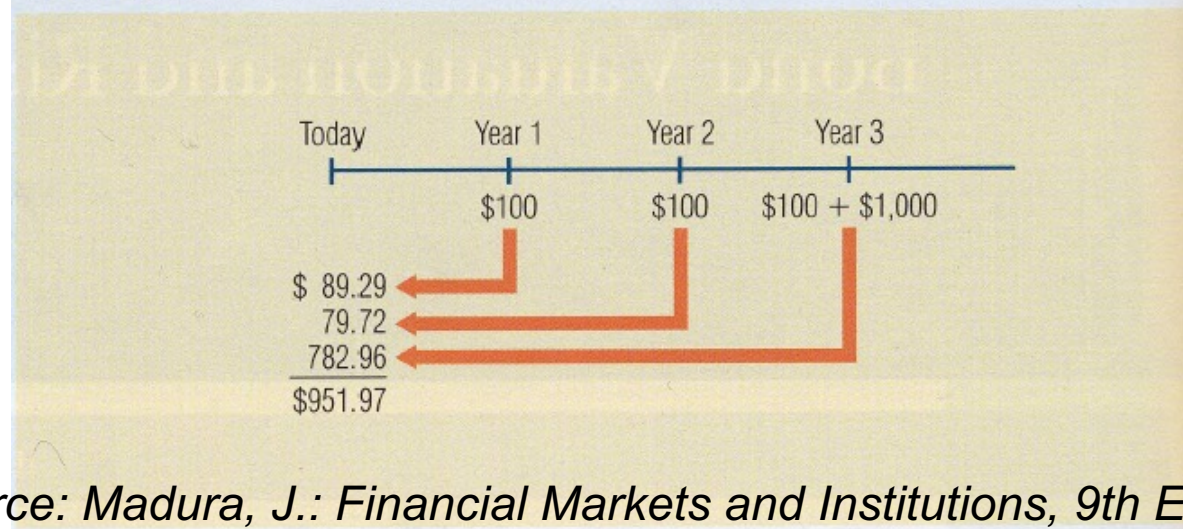
Ocenění dluhopisu

$$PV \text{ of bond} = \frac{C}{(1+k)^1} + \frac{C}{(1+k)^2} + \dots + \frac{C + \text{Par}}{(1+k)^n}$$

where

- C = coupon payment provided in each period
- Par = par value
- k = required rate of return per period used to discount the bond
- n = number of periods to maturity

Exhibit 8.1 Valuation of a Three-Year Bond



■ Source: Madura, J.: *Financial Markets and Institutions, 9th Edition*

Vztahy mezi kupónovou sazbou, požadovanou výnosovou mírou a cenou dluhopisu

- Diskontovaný dluhopisy: dluhopisy prodávané pod nominální hodnotou
Např. $FV = 1000$ a cena $P = 997$
- Kupónová sazba (**c**) je pod požadovanou sazbou (**r**), cena dluhopisu je pod nominální hodnotou (**$P < 1000$**)
- Nominální dluhopisy = dluhopis v paru: Dluhopisy se prodávají za nominální hodnotu **$FV = 1000$ a cena $P = 1000$**
- Kupónová sazba (**c**) se rovná požadované výnosové sazbě (**r**), cena dluhopisu se rovná nominální hodnotě (**$P = 1000$**)
- Prémiové dluhopisy: dluhopisy prodávané nad nominální hodnotou
Např. $FV = 1000$ a cena $P = 1002$
- Kupónová sazba (**c**) je nad požadovanou sazbou (**r**), cena dluhopisu je nad nominální hodnotou (**$P > 1000$**)

Příklad Excel

List 1

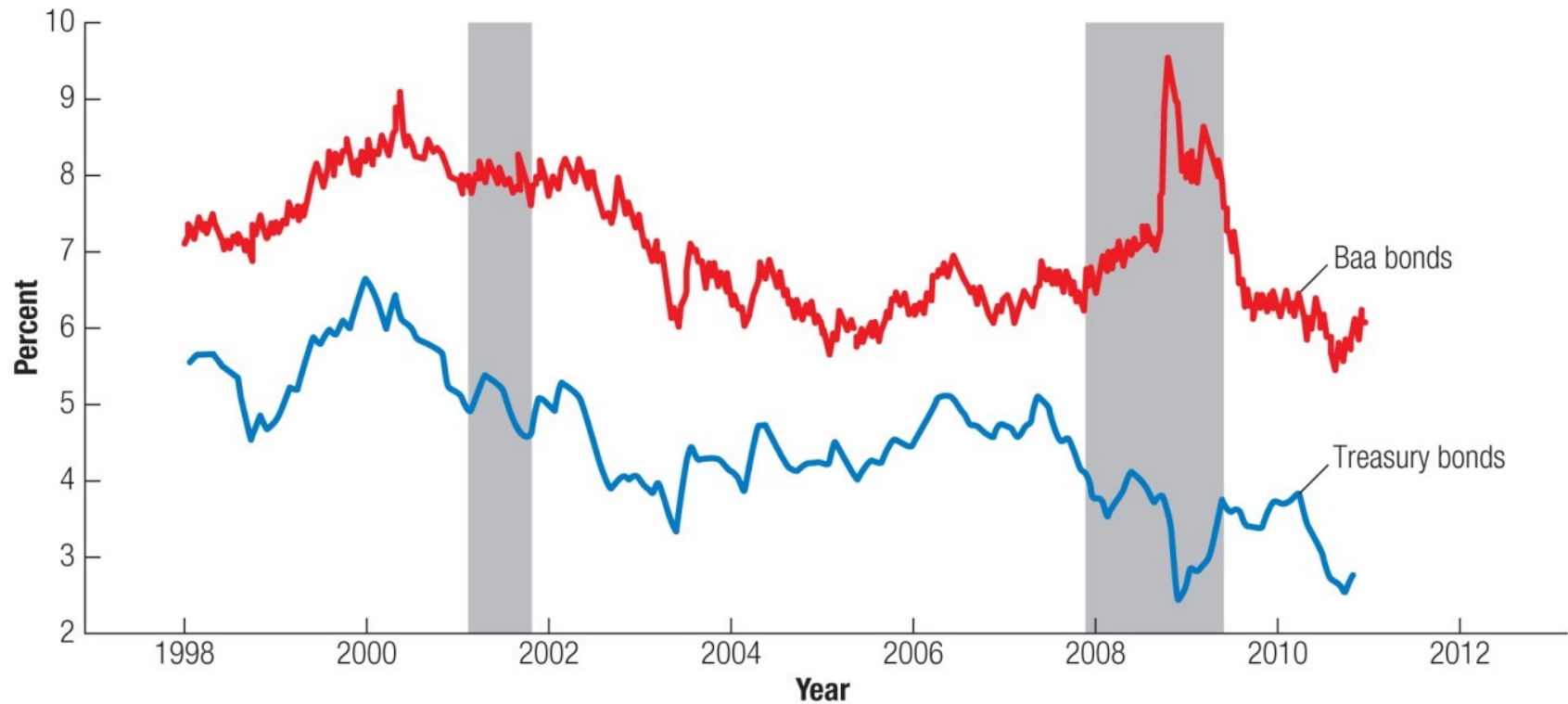
List 2

Citlivost cen dluhopisů na pohyby úrokových sazeb

- Záleží na vlastnostech dluhopisu (kupón, splatnost, frekvence výplaty kupónu, požadovaná výnosová míra)
- Označuje potenciál držení dluhopisu v reakci na změny úrokových sazeb
- Metrika
 - **Cenová elasticita***
 - **Durace**

 - **Konvexita**

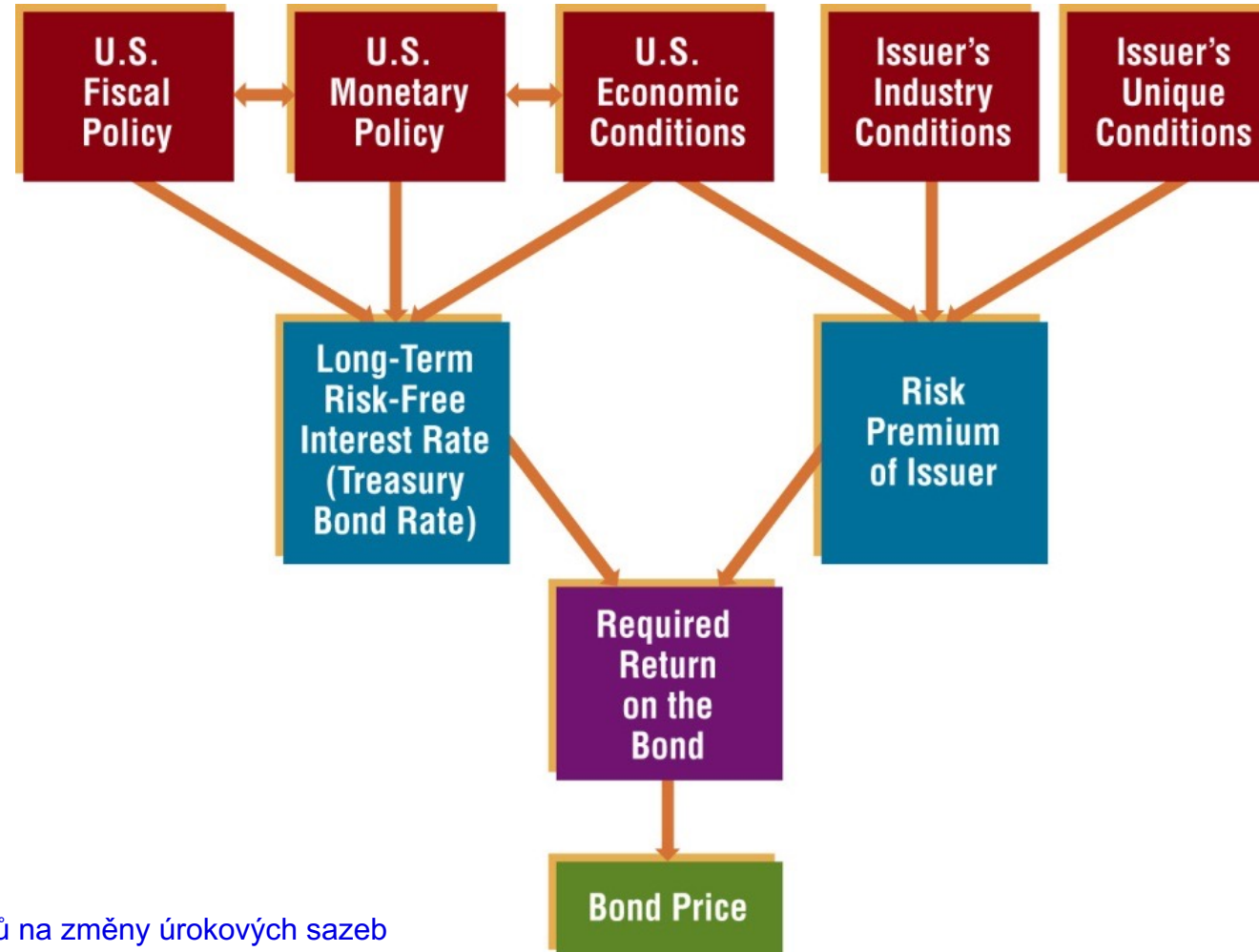
Bond Risk Premium over Time



© Cengage Learning 2012

■ Source: Madura, J.: *Financial Markets and Institutions, 9th Edition*

Rámec pro vysvětlení změn cen dluhopisů v průběhu času



Cenová elasticita dluhopisů

- Cenová elasticita dluhopisu = citlivost změny ceny dluhopisu pro jakoukoli % změnu tržních úrokových sazeb
- Zvýšená elasticita znamená větší cenové riziko
- Výpočet pro dva body (ceny) reprezentované výnosy (r)

$$P_b^e = \frac{\text{percentage change in } P_b}{\text{percentage change in } r}$$

Citlivost dluhopisů s různými kuponovými sazbami na změny úrokových sazeb

EFFECTS OF A DECLINE IN THE REQUIRED RATE OF RETURN					
(1) BONDS WITH A COUPON RATE OF:	(2) INITIAL PRICE OF BONDS WHEN $k = 10\%$	(3) PRICE OF BONDS WHEN $k = 8\%$	(4) = [(3) - (2)]/(2) PERCENTAGE CHANGE IN BOND PRICE	(5) PERCENTAGE CHANGE IN k	(6) BOND PRICE ELASTICITY (P_b^e)
0%	\$ 386	\$ 463	+19.9%	-20.0%	-.995
5	693	799	+15.3	-20.0	-.765
10	1,000	1,134	+13.4	-20.0	-.670
15	1,307	1,470	+12.5	-20.0	-.625

EFFECTS OF A DECLINE IN THE REQUIRED RATE OF RETURN					
(1) BONDS WITH A COUPON RATE OF:	(2) INITIAL PRICE OF BONDS WHEN $k = 10\%$	(3) PRICE OF BONDS WHEN $k = 12\%$	(4) = [(3) - (2)]/(2) PERCENTAGE CHANGE IN BOND PRICE	(5) PERCENTAGE CHANGE IN k	(6) BOND PRICE ELASTICITY (P_b^e)
0%	\$ 386	\$ 322	-16.6%	+20.0%	-.830
5	693	605	-12.7	+20.0	-.635
10	1,000	887	-11.3	+20.0	-.565
15	1,307	1,170	-10.5	+20.0	-.525

© Cengage Learning 2012

Citlivost dluhopisů na změny úrokových sazeb

- Vliv **kupónové sazby** na citlivost ceny dluhopisu
 - Dluhopis s nulovým kupónem je nejcitlivější na změny požadované výnosové míry.
 - Dluhopisu, který vyplácí (téměř) veškerý svůj výnos ve formě kupónových plateb, je méně citlivý na změny požadované míry výnosu. Nejméně citlivý bude amortizovaný dluhopis.
- Vliv **splatnosti** na citlivost ceny dluhopisů
 - S poklesem úrokových sazeb se ceny dlouhodobých dluhopisů zvyšují ve větší míře (vyšším tempem) než ceny krátkodobých dluhopisů.

Excel

List 3

Durace (Macaulay Durace)

- Měří citlivost dluhopisů na úrokové sazby a nepřímo (před modifikovanou duraci) i dopad změny úrokových sazeb na cenu dluhopisu
- Měří životnost dluhopisu na bázi PV/FV
- Durace = Součet diskontovaných časově vážených peněžních toků dělený cenou dluhopisu
- Čím delší je durace dluhopisu, tím větší je jeho citlivost na změny úrokových sazeb
- Durace dluhopisu s nulovým kupónem = doba splatnosti dluhopisu
- Durace jakéhokoli kuponového dluhopisu je vždy kratší než doba splatnosti dluhopisu

Durace (v letech, pololetích, čtvrtletích...)

$$DUR = \frac{\sum_{t=1}^n \frac{C_t(t)}{(1+k)^t}}{\sum_{t=1}^n \frac{C_t}{(1+k)^t}}$$

where

C_t = coupon or principal payment generated by the bond

t = time at which the payments are provided

k = bond's yield to maturity (reflects investors' required rate of return)

Výpočet durace

Příklad: 6% dluhopis s roční výplatou kupónů (FV = 100) je splatný za 6 let. YTM je 4 %. Vypočítejte Macaulayovu duraci dluhopisu.

Období	CF (cash flow)	Současná hodnota CF	Časem výžená současná hodnota CF
1	6	$6/(1 + 0.04)^1 = 5.76$	$1 \times 5.76 = 5,76$
2	6	5.58	11.16
3	6	5.54	16.62
4	6	5.33	21.32
5	6	4.93	24.65
6	106	83.77	502.62
		110.91	582.13
$D = 582.13/110.91 = 5.25$ let			

Pozn. U pololetních dluhopisů vychází durace v pololetích, atd.

Vlastnosti durace a co ji ovlivňuje

Doba do splatnosti je přímo úměrná duraci.

- Dluhopis s **nižším** kupónem má **vyšší duraci** a **vyšší úrokové riziko** než dluhopis s vyšším kupónem.
- Macaulayova durace dluhopisu s nulovým kupónem se rovná jeho době do splatnosti.

Kuponová sazba je nepřímo úměrná duraci.

- Dluhopis s **vysokým kupónem** má **kratší duraci** než dluhopis s nízkým kupónem nebo bez kupónu při jinak shodné splatnosti dluhopisu.

Výnosová míra je nepřímo úměrná duraci

- **Vyšší výnos do splatnosti (YTM)** snižuje vážený průměr doby do přijetí peněžních toků a tedy **snižuje duraci**.

Modifikovaná durace (v %)

– Modifikovaná durace (DUR^*)

- Lze ji použít k odhadu procentuální změny ceny dluhopisu v reakci na změnu výnosu dluhopisu o 1 procentní bod

$$DUR^* = \frac{DUR}{1+k} \quad \text{kde } k \text{ je výnosová míra za období (roční, pololetní, čtvrtletní, měsíční, atd.)}$$

$$DUR^* = \frac{5,25}{1+0,04}$$

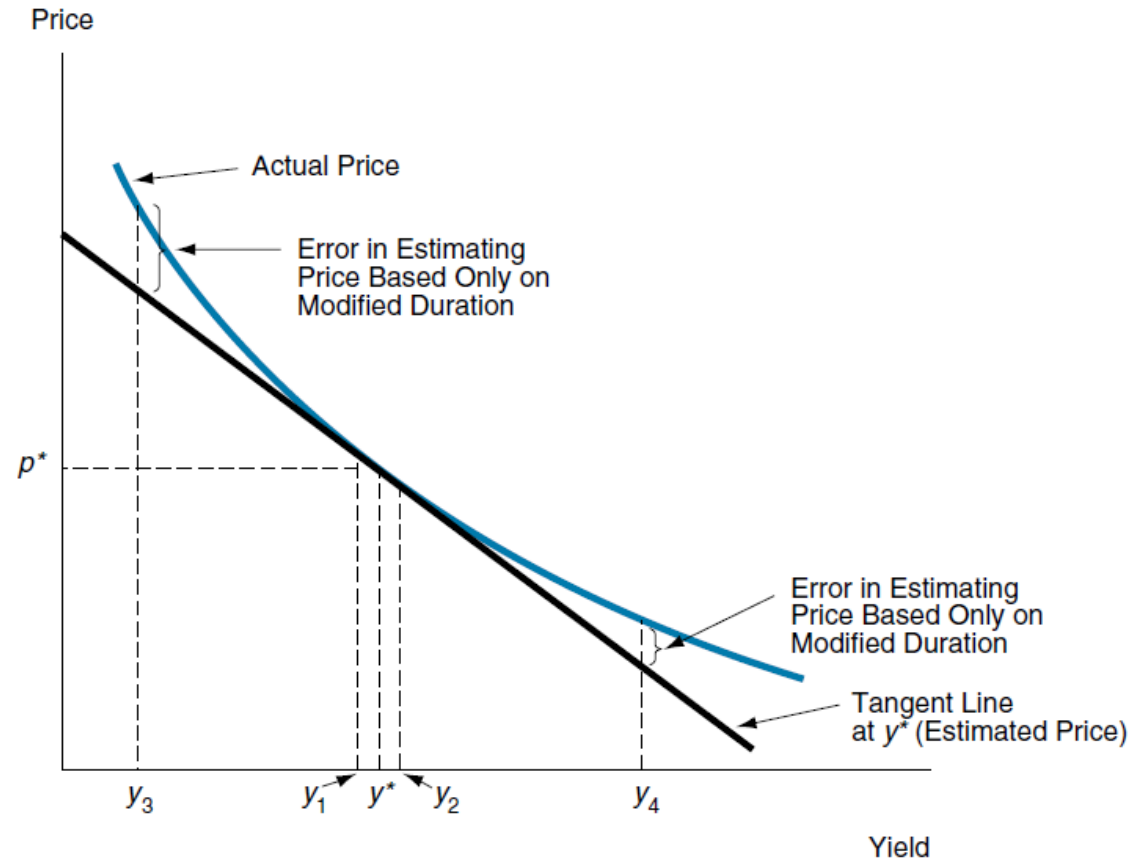
$$DUR^* = 5.048$$

– Vztah modifikované durace a ceny:

$$\% \Delta PV \approx -MD \times \Delta \text{Yield}(\%)$$

Modifikovaná durace

PRICE APPROXIMATION USING MODIFIED DURATION



Source: Frank J. Fabozzi, Gerald Buetow, and Robert R. Johnson, "Measuring Interest Rate Risk" in the *Handbook of Fixed-Income Securities*, 6th ed. (New York: McGraw-Hill, 2001). Reproduced with permission from The McGraw-Hill Companies.

Konvexita dluhopisu

- Skutečný vztah mezi cenou dluhopisu a výnosem do splatnosti je zakřivená (**konvexní**) křivka, která ukazuje skutečnou cenu dluhopisu při dané tržní diskontní sazbě.
- Statistika konvexita dluhopisu se používá ke **zlepšení odhadu** procentuální změny ceny poskytnuté samotnou **modifikovanou durací**. Existují různé způsoby, jak odhadnout konvexnost viz např.:

$$\text{Conv} = \frac{1}{(1+k)^2} \times \frac{\sum_{t=1}^T \frac{CF_t}{(1+k)^t} \times (t^2 + t)}{P_0}$$

Výpočet konvexity dluhopisu

$$\text{Conv} = \frac{1}{(1+k)^2} \times \frac{\sum_{t=1}^T \frac{CF_t}{(1+k)^t} \times (t^2 + t)}{P_0}$$

Example: 3-Year Bond, 12% Coupon, 9% YTM

(1) YEAR	(2) CF _t	(3) PV @ 9%	(4) PV CF	(5) t ² + t	(4) × (5)
1	120	0.9174	\$ 110.09	2	\$ 220.18
2	120	0.8417	101.00	6	606.00
3	120	0.7722	92.66	12	1,111.92
3	1,000	0.7722	772.20	12	9,266.40
			Price = \$1,075.95		\$11,204.50

$$\text{Convexity} = \frac{9,411.78}{1,075.95} = 8.75$$

Efekt konvexity = ½ * konvexity * (Δ výnosové míry)²

Změna ceny = +/- Efekt durace (modifikovaná durace) + Efekt

Excel

List 4

Reference

Madura, J. (2020). *Financial markets & institutions*. Cengage learning. **Ch 8 (part)**