

# Úprava výrazů a rovnice

Lukáš Kokrda

Ekonomicko správní fakulta  
Masarykova Universita

podzim 2022

# Úprava výrazů - opakování

- V matematice se často setkáváme se „zápisy“, které je třeba zjednodušit
- Takovým to zápisům říkáme výrazy
- K jejich úpravám nám slouží zejména tři zákony (v  $\mathbb{R}$ )
  - **Komutativní zákon**

$$a + b = b + a$$

$$a \cdot b = b \cdot a$$

- **Asociativní zákon**

$$a + (b + c) = (a + b) + c$$

$$a \cdot (b \cdot c) = (a \cdot b) \cdot c$$

- **Distributivní zákon**

$$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$$

# Vzorový příklad

- Zadání

$$(a + b) \cdot (b - c) - b \cdot (a - c)$$

# Vzorový příklad

- Zadání

$$(a + b) \cdot (b - c) - b \cdot (a - c)$$

- Asociativní zákon

$$a \cdot b - a \cdot c + b \cdot b - b \cdot c - b \cdot a + b \cdot c$$

# Vzorový příklad

- Zadání

$$(a + b) \cdot (b - c) - b \cdot (a - c)$$

- Asociativní zákon

$$a \cdot b - a \cdot c + b \cdot b - b \cdot c - b \cdot a + b \cdot c$$

- Komutativní zákon

$$a \cdot b - a \cdot b - a \cdot c + b \cdot b - b \cdot c + b \cdot c$$

# Vzorový příklad

- Zadání

$$(a + b) \cdot (b - c) - b \cdot (a - c)$$

- Asociativní zákon

$$a \cdot b - a \cdot c + b \cdot b - b \cdot c - b \cdot a + b \cdot c$$

- Komutativní zákon

$$a \cdot b - a \cdot b - a \cdot c + b \cdot b - b \cdot c + b \cdot c$$

- Výsledek

$$-a \cdot c + b \cdot b$$

- Základní operace se zlomky
  - Sčítání/Odčítání zlomků

$$\frac{a}{b} \pm \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d \pm c \cdot b}{b \cdot d}$$

- Násobení zlomků

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$$

- Dělení zlomků

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c}$$

- Alternativně

$$\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c}$$

# Mocnina reálného čísla

Uvažujme libovolné číslo  $n \in \mathbb{N}$  reálné číslo  $a \in \mathbb{R}$  pak je zřejmé, že platí:

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_n \quad (1)$$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n} \quad \text{Pozor! } a \neq 0 \quad (2)$$

## Pravidla pro počítání s mocninami:

- $a^0 = 1$ ; Pozor!  $a \neq 0$
- $0^n = 0$
- $a^r \cdot a^s = a^{r+s}$
- $a^r : a^s = a^{r-s}$
- $(a^r)^s = a^{r \cdot s}$
- $(a \cdot b)^r = a^r \cdot b^r$
- $\left(\frac{a}{b}\right)^r = \frac{a^r}{b^r}$



# Vzorový příklad

- Zadání

$$\frac{(a^2 b^3 c^{-2})^{-2}}{(a^{-2} b^{-1} c^2)^3}$$

# Vzorový příklad

- Zadání

$$\frac{(a^2 b^3 c^{-2})^{-2}}{(a^{-2} b^{-1} c^2)^3}$$

- Umocnění

$$\frac{a^{2 \cdot (-2)} b^{3 \cdot (-2)} c^{-2 \cdot (-2)}}{a^{-2 \cdot 3} b^{-1 \cdot 3} c^{2 \cdot 3}}$$

# Vzorový příklad

- Zadání

$$\frac{(a^2 b^3 c^{-2})^{-2}}{(a^{-2} b^{-1} c^2)^3}$$

- Umocnění

$$\frac{a^{2 \cdot (-2)} b^{3 \cdot (-2)} c^{-2 \cdot (-2)}}{a^{-2 \cdot 3} b^{-1 \cdot 3} c^{2 \cdot 3}}$$

- Roznásobení

$$\frac{a^{-4} b^{-6} c^4}{a^{-6} b^{-3} c^6}$$

# Vzorový příklad

- Zadání

$$\frac{(a^2 b^3 c^{-2})^{-2}}{(a^{-2} b^{-1} c^2)^3}$$

- Umocnění

$$\frac{a^{2 \cdot (-2)} b^{3 \cdot (-2)} c^{-2 \cdot (-2)}}{a^{-2 \cdot 3} b^{-1 \cdot 3} c^{2 \cdot 3}}$$

- Roznásobení

$$\frac{a^{-4} b^{-6} c^4}{a^{-6} b^{-3} c^6}$$

- Na jeden základ

$$a^{-4-(-6)} b^{-6-(-3)} c^{4-6}$$

# Vzorový příklad

- Zadání

$$\frac{(a^2 b^3 c^{-2})^{-2}}{(a^{-2} b^{-1} c^2)^3}$$

- Umocnění

$$\frac{a^{2 \cdot (-2)} b^{3 \cdot (-2)} c^{-2 \cdot (-2)}}{a^{-2 \cdot 3} b^{-1 \cdot 3} c^{2 \cdot 3}}$$

- Roznásobení

$$\frac{a^{-4} b^{-6} c^4}{a^{-6} b^{-3} c^6}$$

- Na jeden základ

$$a^{-4 - (-6)} b^{-6 - (-3)} c^{4 - 6}$$

- Výsledek

$$a^2 b^{-3} c^{-2}$$

# Pravidla pro úpravu mnohočlenů

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$$

$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

$$(a - b)(a^2 + ab + b^2) = a^3 - b^3$$

$$(a + b)(a^2 - ab + b^2) = a^3 + b^3$$

# Vsuvka: Pascalův trojúhelník

					1					
				1		1				
			1		2		1			
		1		3		3		1		
	1		4		6		4		1	
	1	5		10		10	5		1	
	1	6	15		20		15	6	1	
	1	7	21	35		35	21	7	1	
1	8	28	56	70	56	28	8	1		

Zavedení pojmu odmocniny:

- odmocnina je „částečně“ inverzní operací s mocnině,
- zavádí se pro libovolné nezáporné reálné číslo  $a$  jako

$$b^n = a,$$

$b$  pak nazýváme  $n$ -tou odmocninou a zapisujeme  $b = \sqrt[n]{a}$ ,

- **POZOR!** Pro  $a \in \mathbb{R}_0^+$  platí:

$$b^2 = a$$

$$b = \pm\sqrt{a}$$

- pro lichá  $n$  lze odmocňovat i záporná čísla.



**Pravidla pro počítání s odmocninami** Pro výrazy  $a, b > 0$  a  $m, n \in \mathbb{N}$ :

- $\sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}}$
- $\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab}$
- $\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}$
- $(\sqrt[n]{a})^m = \sqrt[n]{a^m}$
- $\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[mn]{a}$
- $\sqrt[n]{a^n \cdot b} = a \cdot \sqrt[n]{b}$

- Na co ale nesmíme zapomínat jsou definiční podmínky!
- Co musíme ověřit:
  - dělení 0
  - Sudé odmocniny ze záporných čísel
  - logaritmování nekladných čísel

- Potřebujeme najít „mnohočlen“  $p(x)$  pro který platí:

$$p(x) \cdot a(x) = b(x),$$

- kde známe pouze  $a(x)$  a  $b(x)$
- Jinak zapsáno

$$b(x) : a(x) = p(x)$$

# Vzorový příklad - jak na to

$$\begin{array}{r} (x^3 + 5x^2 + 2x - 8) : (x - 1) = x^2 + 6x + 8 \\ -(x^3 - x^2) \\ \hline 6x^2 + 2x - 8 \\ -(6x^2 - 6x) \\ \hline 8x - 8 \\ -(8x - 8) \\ \hline 0 \end{array}$$

$$f(x) = g(x)$$

- Najít rovnovážný stav
  - Častější značení  $L(x) = P(x)$
- Úpravy rovnic
  - Ekvivalentní
  - Neekvivalentní
- Typy rovnic
  - Polynomiální
  - Mocninné
  - Exponenciální
  - Logaritmické

Dvě rovnice, které mají stejné množiny všech řešení se nazývají **ekvivalentní rovnice**.

**Postup řešení rovnic** spočívá v úpravách výrazů na levé i pravé straně, tak abychom obdrželi rovnici v jednodušším tvaru.

Úpravy dělíme na:

- ekvivalentní

$$L(x) = P(x) \Leftrightarrow L'(x) = P'(x)$$

- neekvivalentní

$$L(x) = P(x) \Rightarrow L'(x) = P'(x)$$

# Ekvivalentní úpravy

- prohození levé a pravé strany rovnice,
- přičtení(odečtení) libovolného čísla nebo násobku neznámé

$$u = v \Leftrightarrow w + u = w + v$$

- vynásobení levé a pravé strany číslem či výrazem, který je nenulový

$$\text{pro } \forall w \in \mathbb{R} \setminus \{0\} : u = v \Leftrightarrow w \cdot u = w \cdot v$$

- umocnění(odmocnění) levé a pravé strany přirozeným (od-)mocnitelem jsou-li obě strany nezáporné

$$2 = 2 \Leftrightarrow 2^2 = 2^2 \Leftrightarrow 4 = 4$$

$$-2 = 2 \Rightarrow (-2)^2 = 2^2 \Leftrightarrow 4 = 4$$

- zlogaritmování obou stran rovnice se stejným základem jsou-li obě strany rovnice kladné

# Řešení rovnic polynomiálního typu

## Polynomiální rovnice 2. stupeň

$$P_2(x) = a_2x^2 + a_1x + a_0, \quad a_2 \neq 0.$$

Kořeny tohoto polynomu splňují rovnici

$$a_2x^2 + a_1x + a_0 = 0.$$

### Řešení kvadratické rovnice:

- diskriminant kvadratické rovnice

$$D = a_1^2 - 4 \cdot a_2 \cdot a_0$$

- kořeny kvadratické rovnice

$$x_{1,2} = \frac{-a_1 \pm \sqrt{D}}{2 \cdot a_2}$$



# Řešený příklad

Řešte rovnici  $x^2 - 2x - 15 = 0$ .

*Pomocí diskriminantu:*

$$D = b^2 - 4ac = (-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-15) = 64$$

# Řešený příklad

Řešte rovnici  $x^2 - 2x - 15 = 0$ .

*Pomocí diskriminantu:*

$$D = b^2 - 4ac = (-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-15) = 64$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{-(-2) \pm 8}{2} \Rightarrow x_1 = 5 \text{ a } x_2 = -3$$

# Řešený příklad

Řešte rovnici  $x^2 - 2x - 15 = 0$ .

*Pomocí diskriminantu:*

$$D = b^2 - 4ac = (-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-15) = 64$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{-(-2) \pm 8}{2} \Rightarrow x_1 = 5 \text{ a } x_2 = -3$$

*Doplněním na čtverec:*

$$x^2 - 2x - 15 = x^2 - 2x + 1 - 16 = 0$$

# Řešený příklad

Řešte rovnici  $x^2 - 2x - 15 = 0$ .

*Pomocí diskriminantu:*

$$D = b^2 - 4ac = (-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-15) = 64$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{-(-2) \pm 8}{2} \Rightarrow x_1 = 5 \text{ a } x_2 = -3$$

*Doplněním na čtverec:*

$$\begin{aligned}x^2 - 2x - 15 &= x^2 - 2x + 1 - 16 = 0 \\(x - 1)^2 - 16 &= 0\end{aligned}$$

# Řešený příklad

Řešte rovnici  $x^2 - 2x - 15 = 0$ .

*Pomocí diskriminantu:*

$$D = b^2 - 4ac = (-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-15) = 64$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{-(-2) \pm 8}{2} \Rightarrow x_1 = 5 \text{ a } x_2 = -3$$

*Doplněním na čtverec:*

$$\begin{aligned}x^2 - 2x - 15 &= x^2 - 2x + 1 - 16 = 0 \\(x - 1)^2 - 16 &= 0 \\(x - 1)^2 &= 16\end{aligned}$$

# Řešený příklad

Řešte rovnici  $x^2 - 2x - 15 = 0$ .

*Pomocí diskriminantu:*

$$D = b^2 - 4ac = (-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-15) = 64$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{-(-2) \pm 8}{2} \Rightarrow x_1 = 5 \text{ a } x_2 = -3$$

*Doplněním na čtverec:*

$$x^2 - 2x - 15 = x^2 - 2x + 1 - 16 = 0$$

$$(x - 1)^2 - 16 = 0$$

$$(x - 1)^2 = 16$$

$$x - 1 = 4 \quad \wedge \quad x - 1 = -4$$

# Řešený příklad

Řešte rovnici  $x^2 - 2x - 15 = 0$ .

*Pomocí diskriminantu:*

$$D = b^2 - 4ac = (-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-15) = 64$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{-(-2) \pm 8}{2} \Rightarrow x_1 = 5 \text{ a } x_2 = -3$$

*Doplněním na čtverec:*

$$x^2 - 2x - 15 = x^2 - 2x + 1 - 16 = 0$$

$$(x - 1)^2 - 16 = 0$$

$$(x - 1)^2 = 16$$

$$x - 1 = 4 \quad \wedge \quad x - 1 = -4$$

$$x = 5 \quad \wedge \quad x = -3$$

## Příklad k procvičení

$$x^2 - 3x - 9 = -2x^2 + 15x - 36$$



## Příklad k procvičení

$$\begin{aligned}x^2 - 3x - 9 &= -2x^2 + 15x - 36 \\ 3x^2 - 18x + 27 &= 0\end{aligned}$$

## Příklad k procvičení

$$\begin{aligned}x^2 - 3x - 9 &= -2x^2 + 15x - 36 \\3x^2 - 18x + 27 &= 0 \\x^2 - 6x + 9 &= 0\end{aligned}$$

## Příklad k procvičení

$$\begin{aligned}x^2 - 3x - 9 &= -2x^2 + 15x - 36 \\3x^2 - 18x + 27 &= 0 \\x^2 - 6x + 9 &= 0 \\(x - 3)^2 &= 0\end{aligned}$$

## Příklad k procvičení

$$\begin{aligned}x^2 - 3x - 9 &= -2x^2 + 15x - 36 \\3x^2 - 18x + 27 &= 0 \\x^2 - 6x + 9 &= 0 \\(x - 3)^2 &= 0 \\x &= 3\end{aligned}$$

## Vzorový příklad 1:

V oboru reálných čísel řešme rovnici  $\sqrt{2x + 4} = 3$

## Vzorový příklad 1:

V oboru reálných čísel řešme rovnici  $\sqrt{2x + 4} = 3$

Umocníme obě strany rovnice a dostaneme:

$$2x + 4 = 9$$

## Vzorový příklad 1:

V oboru reálných čísel řešme rovnici  $\sqrt{2x + 4} = 3$

Umocníme obě strany rovnice a dostaneme:

$$2x + 4 = 9$$

$$2x = 5$$

## Vzorový příklad 1:

V oboru reálných čísel řešme rovnici  $\sqrt{2x + 4} = 3$

Umocníme obě strany rovnice a dostaneme:

$$2x + 4 = 9$$

$$2x = 5$$

Z této rovnice plyne, že  $x = \frac{5}{2}$ .



## Vzorový příklad 1:

V oboru reálných čísel řešme rovnici  $\sqrt{2x + 4} = 3$

Umocníme obě strany rovnice a dostaneme:

$$2x + 4 = 9$$

$$2x = 5$$

Z této rovnice plyne, že  $x = \frac{5}{2}$ .

Zde platí jsou-li  $u$  a  $v$  stejná, pak jsou stejné i jejich mocniny, tj.

$$u = v \Rightarrow u^2 = v^2$$

Jestliže pro nějaké číslo  $x$  platí  $\sqrt{2x + 4} = 3$  splňuje toto číslo  $x$  i rovnici  $2x + 4 = 9$ .

**Vzorový příklad 2:**

**Pozor na opačnou implikaci!** Řešte rovnici:

$$\sqrt{x^2 - 2x + 10} = x - 10.$$

## Vzorový příklad 2:

**Pozor na opačnou implikaci!** Řešte rovnici:

$$\sqrt{x^2 - 2x + 10} = x - 10.$$

$$x^2 - 2x + 10 = (x - 10)^2$$

## Vzorový příklad 2:

**Pozor na opačnou implikaci!** Řešte rovnici:

$$\sqrt{x^2 - 2x + 10} = x - 10.$$

$$\begin{aligned}x^2 - 2x + 10 &= (x - 10)^2 \\x^2 - 2x + 10 &= x^2 - 20x + 100\end{aligned}$$

## Vzorový příklad 2:

**Pozor na opačnou implikaci!** Řešte rovnici:

$$\sqrt{x^2 - 2x + 10} = x - 10.$$

$$\begin{aligned}x^2 - 2x + 10 &= (x - 10)^2 \\x^2 - 2x + 10 &= x^2 - 20x + 100 \\18x &= 90\end{aligned}$$

## Vzorový příklad 2:

**Pozor na opačnou implikaci!** Řešte rovnici:

$$\sqrt{x^2 - 2x + 10} = x - 10.$$

$$\begin{aligned}x^2 - 2x + 10 &= (x - 10)^2 \\x^2 - 2x + 10 &= x^2 - 20x + 100 \\18x &= 90 \\x &= 5\end{aligned}$$

## Vzorový příklad 2:

**Pozor na opačnou implikaci!** Řešte rovnici:

$$\sqrt{x^2 - 2x + 10} = x - 10.$$

$$\begin{aligned}x^2 - 2x + 10 &= (x - 10)^2 \\x^2 - 2x + 10 &= x^2 - 20x + 100 \\18x &= 90 \\x &= 5\end{aligned}$$

**Zkouška:**

$$L(5) = \sqrt{25 - 10 + 10} = \sqrt{25} = 5$$

## Vzorový příklad 2:

**Pozor na opačnou implikaci!** Řešte rovnici:

$$\sqrt{x^2 - 2x + 10} = x - 10.$$

$$\begin{aligned}x^2 - 2x + 10 &= (x - 10)^2 \\x^2 - 2x + 10 &= x^2 - 20x + 100 \\18x &= 90 \\x &= 5\end{aligned}$$

## Zkouška:

$$L(5) = \sqrt{25 - 10 + 10} = \sqrt{25} = 5$$

$$P(5) = 5 - 10 = -5$$

$$L(5) \neq P(5)$$

**Poučení:** „Když umocňuji rovnici, pak dělám zkoušku!“



**Vyřešte rovnici:**

$$\sqrt{2x + 3} - \sqrt{x - 2} = \sqrt{x + 1}$$

**Vyřešte rovnici:**

$$\begin{aligned}\sqrt{2x+3} - \sqrt{x-2} &= \sqrt{x+1} \\ 2x+3 - 2\sqrt{2x+3}\sqrt{x-2} + x-2 &= x+1\end{aligned}$$

**Vyřešte rovnici:**

$$\begin{aligned}\sqrt{2x+3} - \sqrt{x-2} &= \sqrt{x+1} \\ 2x+3 - 2\sqrt{2x+3}\sqrt{x-2} + x-2 &= x+1 \\ 2x &= 2\sqrt{2x+3}\sqrt{x-2}\end{aligned}$$

**Vyřešte rovnici:**

$$\begin{aligned}\sqrt{2x+3} - \sqrt{x-2} &= \sqrt{x+1} \\ 2x+3 - 2\sqrt{2x+3}\sqrt{x-2} + x-2 &= x+1 \\ 2x &= 2\sqrt{2x+3}\sqrt{x-2} \\ x &= \sqrt{2x+3}\sqrt{x-2}\end{aligned}$$

**Vyřešte rovnici:**

$$\begin{aligned}\sqrt{2x+3} - \sqrt{x-2} &= \sqrt{x+1} \\ 2x+3 - 2\sqrt{2x+3}\sqrt{x-2} + x-2 &= x+1 \\ 2x &= 2\sqrt{2x+3}\sqrt{x-2} \\ x &= \sqrt{2x+3}\sqrt{x-2} \\ x^2 &= (2x+3)(x-2)\end{aligned}$$

**Vyřešte rovnici:**

$$\begin{aligned}\sqrt{2x+3} - \sqrt{x-2} &= \sqrt{x+1} \\ 2x+3 - 2\sqrt{2x+3}\sqrt{x-2} + x-2 &= x+1 \\ 2x &= 2\sqrt{2x+3}\sqrt{x-2} \\ x &= \sqrt{2x+3}\sqrt{x-2} \\ x^2 &= (2x+3)(x-2) \\ x^2 &= 2x^2 - x - 6\end{aligned}$$

**Vyřešte rovnici:**

$$\begin{aligned}\sqrt{2x+3} - \sqrt{x-2} &= \sqrt{x+1} \\ 2x+3 - 2\sqrt{2x+3}\sqrt{x-2} + x-2 &= x+1 \\ 2x &= 2\sqrt{2x+3}\sqrt{x-2} \\ x &= \sqrt{2x+3}\sqrt{x-2} \\ x^2 &= (2x+3)(x-2) \\ x^2 &= 2x^2 - x - 6 \\ 0 &= x^2 - x - 6\end{aligned}$$

**Vyřešte rovnici:**

$$\begin{aligned}\sqrt{2x+3} - \sqrt{x-2} &= \sqrt{x+1} \\ 2x+3 - 2\sqrt{2x+3}\sqrt{x-2} + x-2 &= x+1 \\ 2x &= 2\sqrt{2x+3}\sqrt{x-2} \\ x &= \sqrt{2x+3}\sqrt{x-2} \\ x^2 &= (2x+3)(x-2) \\ x^2 &= 2x^2 - x - 6 \\ 0 &= x^2 - x - 6 \\ 0 &= (x-3)(x+2)\end{aligned}$$



**Vyřešte rovnici:**

$$\begin{aligned}\sqrt{2x+3} - \sqrt{x-2} &= \sqrt{x+1} \\ 2x+3 - 2\sqrt{2x+3}\sqrt{x-2} + x-2 &= x+1 \\ 2x &= 2\sqrt{2x+3}\sqrt{x-2} \\ x &= \sqrt{2x+3}\sqrt{x-2} \\ x^2 &= (2x+3)(x-2) \\ x^2 &= 2x^2 - x - 6 \\ 0 &= x^2 - x - 6 \\ 0 &= (x-3)(x+2)\end{aligned}$$

**Zkouška:**

**Vyřešte rovnici:**

$$\begin{aligned}\sqrt{2x+3} - \sqrt{x-2} &= \sqrt{x+1} \\ 2x+3 - 2\sqrt{2x+3}\sqrt{x-2} + x-2 &= x+1 \\ 2x &= 2\sqrt{2x+3}\sqrt{x-2} \\ x &= \sqrt{2x+3}\sqrt{x-2} \\ x^2 &= (2x+3)(x-2) \\ x^2 &= 2x^2 - x - 6 \\ 0 &= x^2 - x - 6 \\ 0 &= (x-3)(x+2)\end{aligned}$$

**Zkouška:**

$$L(3) = \sqrt{6+3} - \sqrt{3-2} = 3 - 1 = 2$$

**Vyřešte rovnici:**

$$\begin{aligned}\sqrt{2x+3} - \sqrt{x-2} &= \sqrt{x+1} \\ 2x+3 - 2\sqrt{2x+3}\sqrt{x-2} + x-2 &= x+1 \\ 2x &= 2\sqrt{2x+3}\sqrt{x-2} \\ x &= \sqrt{2x+3}\sqrt{x-2} \\ x^2 &= (2x+3)(x-2) \\ x^2 &= 2x^2 - x - 6 \\ 0 &= x^2 - x - 6 \\ 0 &= (x-3)(x+2)\end{aligned}$$

**Zkouška:**

$$\begin{aligned}L(3) &= \sqrt{6+3} - \sqrt{3-2} = 3 - 1 = 2 \\ P(3) &= \sqrt{3+1} = 2\end{aligned}$$

**Vyřešte rovnici:**

$$\begin{aligned}\sqrt{2x+3} - \sqrt{x-2} &= \sqrt{x+1} \\ 2x+3 - 2\sqrt{2x+3}\sqrt{x-2} + x-2 &= x+1 \\ 2x &= 2\sqrt{2x+3}\sqrt{x-2} \\ x &= \sqrt{2x+3}\sqrt{x-2} \\ x^2 &= (2x+3)(x-2) \\ x^2 &= 2x^2 - x - 6 \\ 0 &= x^2 - x - 6 \\ 0 &= (x-3)(x+2)\end{aligned}$$

**Zkouška:**

$$\begin{aligned}L(3) &= \sqrt{6+3} - \sqrt{3-2} = 3 - 1 = 2 \\ P(3) &= \sqrt{3+1} = 2 \\ L(3) &= P(3)\end{aligned}$$

**Vyřešte rovnici:**

$$\begin{aligned}\sqrt{2x+3} - \sqrt{x-2} &= \sqrt{x+1} \\ 2x+3 - 2\sqrt{2x+3}\sqrt{x-2} + x-2 &= x+1 \\ 2x &= 2\sqrt{2x+3}\sqrt{x-2} \\ x &= \sqrt{2x+3}\sqrt{x-2} \\ x^2 &= (2x+3)(x-2) \\ x^2 &= 2x^2 - x - 6 \\ 0 &= x^2 - x - 6 \\ 0 &= (x-3)(x+2)\end{aligned}$$

**Zkouška:**

$$\begin{aligned}L(3) &= \sqrt{6+3} - \sqrt{3-2} = 3 - 1 = 2 \\ P(3) &= \sqrt{3+1} = 2 \\ L(3) &= P(3) \\ L(-2) &= \sqrt{-4+3} - \sqrt{-2-2} = \text{neexistuje}\end{aligned}$$

**Vyřešte rovnici:**

$$\begin{aligned}\sqrt{2x+3} - \sqrt{x-2} &= \sqrt{x+1} \\ 2x+3 - 2\sqrt{2x+3}\sqrt{x-2} + x-2 &= x+1 \\ 2x &= 2\sqrt{2x+3}\sqrt{x-2} \\ x &= \sqrt{2x+3}\sqrt{x-2} \\ x^2 &= (2x+3)(x-2) \\ x^2 &= 2x^2 - x - 6 \\ 0 &= x^2 - x - 6 \\ 0 &= (x-3)(x+2)\end{aligned}$$

**Zkouška:**

$$\begin{aligned}L(3) &= \sqrt{6+3} - \sqrt{3-2} = 3 - 1 = 2 \\ P(3) &= \sqrt{3+1} = 2 \\ L(3) &= P(3) \\ L(-2) &= \sqrt{-4+3} - \sqrt{-2-2} = \text{neexistuje} \\ P(-2) &= \sqrt{-2+1} = \text{neexistuje}\end{aligned}$$