

MUNI

Durace Konvexita dluhopisů

ACP

Ludek Benada

benada@mail.muni.cz

Masaryk University

October 18, 2021

Specifická rizika u dlužných cenných papírů

- Systematické vs. nesystematické
- Likvidity
- ⋮
- Δr

Jak změřit a bránit se takovému riziku?

- Změna hodnoty investice, resp. investičního portfólia
- Stanovit citlivost ceny DCP na **ytm** (100 bp.)

Víme, že:

$$P = \sum_{t=1}^T \frac{CF_t}{(1 + ymt)^t}$$

Citlivost ceny na změnu úrokové sazby

Pak:

$$f(x) = \sum_{t=1}^T CF_t * (1 + ymt)^{-t}$$

$$f'(x) \dots$$

Tudíž logicky bychom měli začít u první deriace...

Ale je pravda, že do financí vkročila jako první časově vážená doba splatnosti ...

$$MD = \frac{\sum_{t=1}^T \frac{CF_t}{(1+ymt)^{t*t}}}{P} \quad (1938, \text{Macaulay})$$

$$\Delta P = -\Delta y \sum_{t=1}^T \frac{CF_t * t}{exp^{yt}} = -\Delta y * D \quad (1970, \text{Fisher, Weil})$$

$$\text{Aproximation: } D = \frac{P_- - P_+}{2 * P_0 \Delta y}$$

$$ED = -\frac{\frac{\Delta P}{P}}{\Delta i} \quad (1980)$$

Tedy posloupnost

- Macaulay's duration (D, t) *(Lze i pro konzolu!)*
- Modified duration $(MD, \%)$
- Dollar duration $(\$D)$

Praktická aplikace

Příklad:

Uvažujte dluhopis emitovaný 30.9.2021 splatný 30.9.2027. Nominál dluhopisu činí 1.000,00. Kupón je 7 % a ytm odpovídá 8 % p.a. . Frekvence výplat kupónů je jeden krát ročně. Jaké riziko představuje pro daný dluhopis růst úrokové sazby o 100 bp?

Zpřesnění - druhý člen Taylorova polynomu

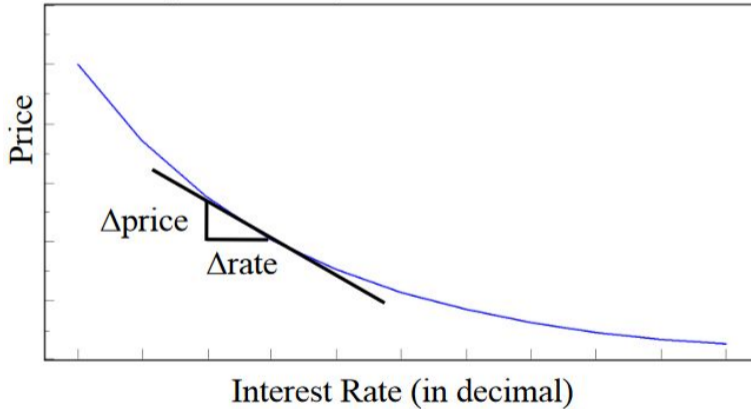
$$T_2: \quad f(x; a) = f(a) + f'(a)(x - a) + \frac{1}{2}f''(a)(x - a)^2$$

Convexita

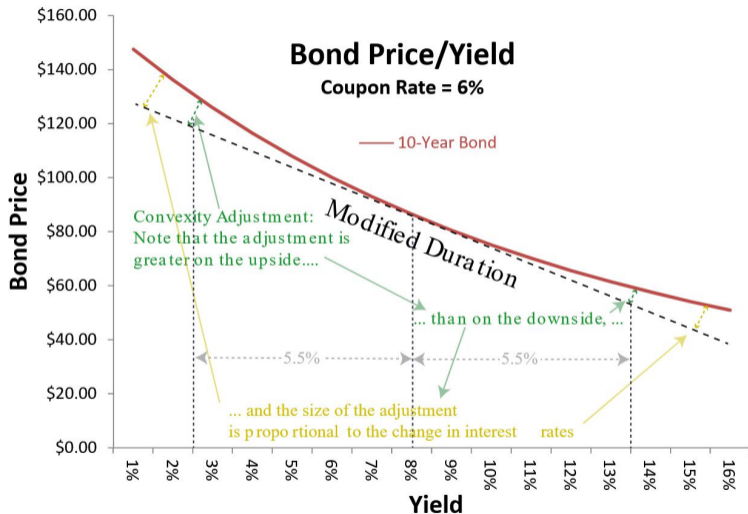
$$\frac{\partial^2 P}{\partial y^2}: \quad CX = \frac{1}{(1+y)^2} \sum_{t=1}^T \frac{CF_t}{(1+y)} (t^2 + t)$$

Konsekvence aproximace přes duraci

Example: Security with Fixed Cash Flows



Zpřesnění



Odhad ceny

$$\frac{\Delta P}{P} = -D\Delta y + \frac{(\Delta y)^2}{2}CX$$

Praktická aplikace II

Zpřesněme předchozí příklad a stanovme %-error.

Praktické využití durace a convexity

- Asset-Liability management (duration gap)
- Imunizace portfólia

Děkuji za pozornost

MASARYK

UNIVERSITY