

# **Pochopení rizika a výnosu u dluhopisů s pevným kupónem**

# Pochopení rizika a výnosu u dluhopisů s pevným kupónem

- Analýza cenných papírů s pevným kupónem začíná pochopením jejich charakteristik rizika a návratnosti.
- Zvláštní pozornost je věnována výnosu do splatnosti (YTM) neboli vnitřní míře návratnosti budoucích peněžních toků (IRR).
- Návratnost dluhopisu s pevným kupónem je ovlivněna mnoha faktory, jako je úvěrové riziko = credit risk (potenciální selhání plateb) a úrokové riziko = interest rate risk (měnící se míra reinvestice kupónu a prodejní cena).

# Zdroje výnosu

– Dluhopis s pevnou sazbou mají tři zdroje výnosnosti:

1. Obdržené kupóny a platba jistiny v plánovaných termínech
2. Reinvestice kupónu
3. Potenciální kapitálové zisky nebo ztráty z prodeje dluhopisu před splatností

## Horizontální výnos

- vnitřní míra návratnosti mezi celkovým výnosem za daný investiční horizont a kupní cenou dluhopisu

## Carrying value

- kupní cena plus (minus) amortizovaná částka diskontu (prémie), pokud je dluhopis zakoupen za cenu nižší (vyšší) než nominální hodnotou

# Zdroje výnosu dluhopisu

**Příklad:** Investor zakoupí 10letý 8% roční kupónový dluhopis za 85,503075 USD při FV 100 USD a drží jej do splatnosti. Výnos dluhopisu do splatnosti (YTM) je 10,40%. Ověřte hodnotu YTM výpočtem.

Držitel dluhopisu obdrží 1) Kupónovou platbu  $10 \times 8 \$ = 80 \$$ ; 2) Jmenovitou hodnotu dluhopisu při splatnosti 100 USD; 3) Reinvestiční příjem z kupónů při úrokové sazbě na úrovni YTM (10,40%).

$$[8 \times (1.1040)^9] + [8 \times (1.1040)^8] + [8 \times (1.1040)^7] + [8 \times (1.1040)^6] + [8 \times (1.1040)^5] + [8 \times (1.1040)^4] + [8 \times (1.1040)^3] + [8 \times (1.1040)^2] + [8 \times (1.1040)^1] + 8 = \mathbf{\$129.970678}$$

**\$129.970678** = Budoucí hodnota kupónů ke dni splatnosti dluhopisu

**\$229.970678** = Celkový výnos ( $\$129.970678 + \$100$ )

4 [Zápětí prezentace](#)

$$\text{Realizovaná výnosová míra: } r = \left( \frac{229.970678}{85.503075} \right)^{1/10} - 1 = \mathbf{0.1040} \text{ tedy } \mathbf{10.40\%}.$$

# Zdroje výnosu dluhopisu

**Příklad:** Investor zakoupí 10letý 8% dluhopis s ročním kupónem za 85,503075 USD a prodá ho za čtyři roky. Po nákupu dluhopisu dojde k růstu úrokových sazeb, což ovlivní výnosnost nově emitovaných dluhopisů na 11,40%. Zobrazte zdroje výnosnosti:

- 1) Kupónové platby  $4 \times \$8 = \$32$ ;
- 2) Tržní prodejní cenu dluhopisu (při 11.40% YTM) \$85.780408;
- 3) Výnos z reinvestovaných kupónů (při 11.40%).

$$[8 \times (1.1140)^3] + [8 \times (1.1140)^2] + [8 \times (1.1140)^1] + 8 = \mathbf{\$37.899724}$$

**\$37.899724** = Budoucí hodnota reinvestovaných kupónů

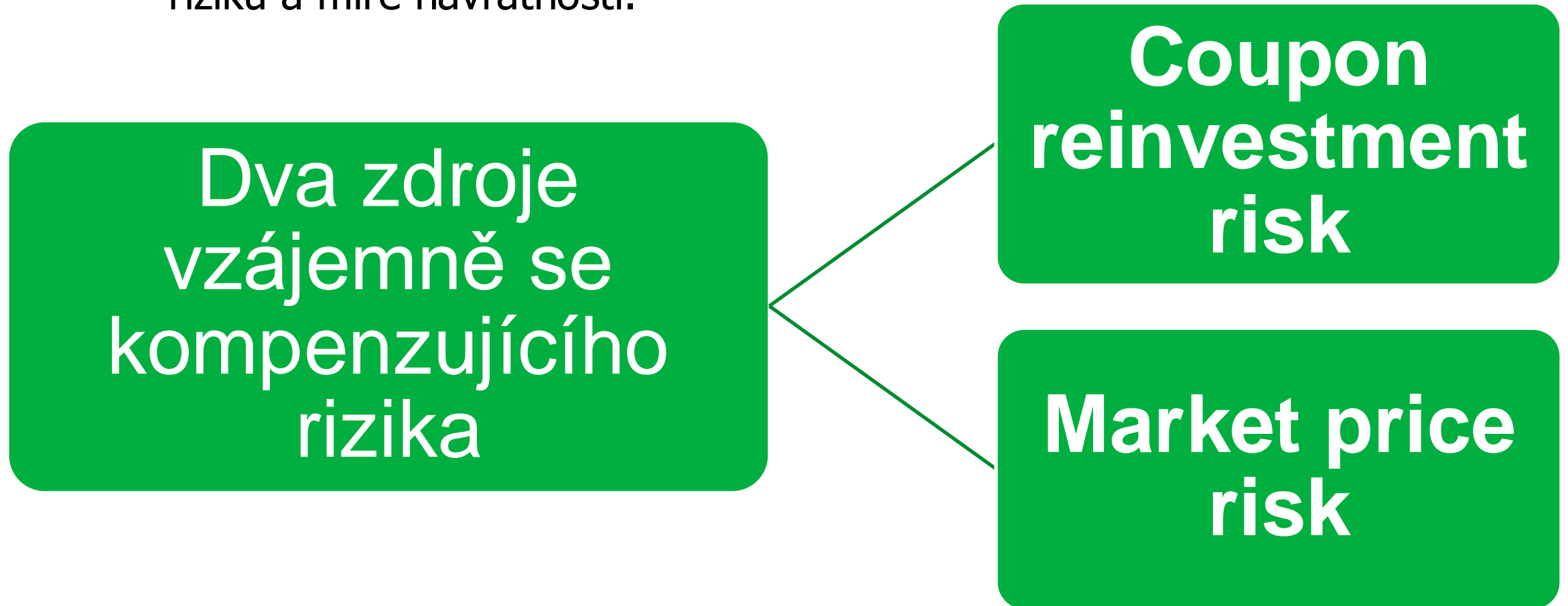
**\$123.680132** = Celkový výnos ( $\$37.899724 + \$85.780408$ )

5 [Zpětí prezentace](#)

$$\text{Realizovaná výnosová míra: } r = \left( \frac{123.680132}{85.503075} \right)^{1/4} - 1 = \mathbf{0.0967} \text{ tedy } \mathbf{9.67\%}.$$

# Investiční horizont a úrokové riziko

Investiční horizont je jádrem porozumění úrokovému riziku a míře návratnosti.



# Reinvestice kupónů a tržní riziko

Budoucí hodnota reinvestovaných plateb kupónů se zvyšuje, když úrokové sazby rostou, a klesá, když sazby klesají.

Prodejní cena dluhopisu, klesá, když úrokové sazby rostou, a zvyšuje se, když sazby klesají.

Coupon reinvestment risk je důležitější, pokud má investor dlouhodobý horizont vzhledem k době do splatnosti dluhopisu.

# Riziko úrokových sazeb a dluhopisy s pevným kupónem

Durace dluhopisu měří citlivost celé ceny dluhopisu (včetně naběhlého úroku) na změny výnosu do splatnosti dluhopisu nebo obecněji na změny referenčních úrokových sazeb.

Existuje několik typů durace. Obecně je lze rozdělit na výnosová (YTM) a Curve duration.

Výnosová durace je citlivost dluhopisu na změnu úrokových sazeb (YTM).

Curve durace je citlivost ceny dluhopisu (nebo obecněji tržní hodnoty finančního aktiva nebo závazku) vzhledem k referenční výnosové křivce



# Druhy výnosové durace

Druhy durace

- Durace = Macaulay duration
- Modifikované durace = Modified duration
- Peněžní durace = Money duration
- Cena v bodě (PVBP)

Macaulay duration ( $D$ )

$$D = \frac{\frac{(1-\frac{t}{T}) \times \text{PMT}}{(1+r)^{1-t/T}} + \frac{(2-\frac{t}{T}) \times \text{PMT}}{(1+r)^{2-t/T}} + \dots + \frac{(N-\frac{t}{T}) \times (\text{PMT} + \text{FV})}{(1+r)^{N-t/T}}}{\frac{\text{PMT}}{(1+r)^{1-t/T}} + \frac{\text{PMT}}{(1+r)^{2-t/T}} + \dots + \frac{\text{PMT} + \text{FV}}{(1+r)^{N-t/T}}}$$

kde  $t$  je počet dní od poslední platby kupónu do data vypořádání;  $T$  je počet dní v období kupónu;  $\text{PMT}$  je platba kupónu za období;  $\text{FV}$  je nominální hodnota;  $r$  je YTM/diskontní sazba za období; a  $N$  je počet období kupónů do splatnosti.

# Macaulay durace

Alternativní výpočet Macaulay durace

$$D = \left\{ \frac{1+r}{r} - \frac{1+r + [N \times (c-r)]}{c \times [(1+r)^N - 1] + r} \right\} - \left( \frac{t}{T} \right)$$

Kde  $c$  je kupónová platba ze období

- Macaulay durace je obvykle vyjádřena v počtu obdobích vyplácení kupónů za rok. Chcete-li ji převést na roční, vydělte duraci počtem plateb kupónů za rok.

# Výpočet macaulay durace

Příklad: 6% roční dluhopis je splatný 14. února 2022 a je zakoupen 11. dubna 2014. YTM je 4%. Vypočítejte Macaulay duraci dluhopisu (konvence aktual/aktual):

Period a	Čas vyplácení kupónu	CF (cash flow)	PV CF	Časem vážené CF
1	$309/365 = 0.8466$	6	$6/(1 + 0.04)^{0.8466} = 5.80$	$0.8466 \times 5.80 = 4.91$
2	1.8466	6	5.58	10.31
3	2.8466	6	5.37	15.28
4	3.8466	6	5.16	19.85
5	4.8466	6	4.96	24.05
6	5.8466	106	84.28	492.74
			111.15	567.13
<b><math>D = 567.13/111.15 = 5.1</math> let</b>				

# Výpočet durace s využitím alternativního vzorce

Při použití alternativního vzorce je výpočet následující:

$$D = \frac{1 + 0.04}{0.04} - \frac{1 + 0.04 + [6 \times (0.06 - 0.04)]}{0.06 \times [(1 + 0.04)^6 - 1] + 0.04} - \frac{56}{365}$$

= **5.10** let.

# Modifikovaná durace

Modifikovaná durace (MD) je přímým měřítkem citlivosti dluhopisu na úrokové sazby. Předpokládá, že změnou diskontní sazby se nemění očekávané peněžní toky.

$$MD = \frac{D}{1 + r}$$

kde  $r$  je výnosová míra za období.

Modifikovaná durace poskytuje lineární odhad procentuální změny ceny dluhopisu vzhledem ke změně jeho výnosu do splatnosti.

$$\% \Delta PV^{Full} \approx -MD \times \Delta Yield(\%)$$

**MD** je vyjádřena ročně.

Chcete-li získat % změny ceny dluhopisu, musí být změna % vynásobena původní cenou dluhopisu.

# Alternativní odhad modifikované durace

Alternativním přístupem je odhadnout přibližnou modifikovanou duraci (AMD) přímo:

$$AMD = \frac{(PV_-) - (PV_+)}{2 \times (\Delta Yield) \times (PV_0)}$$

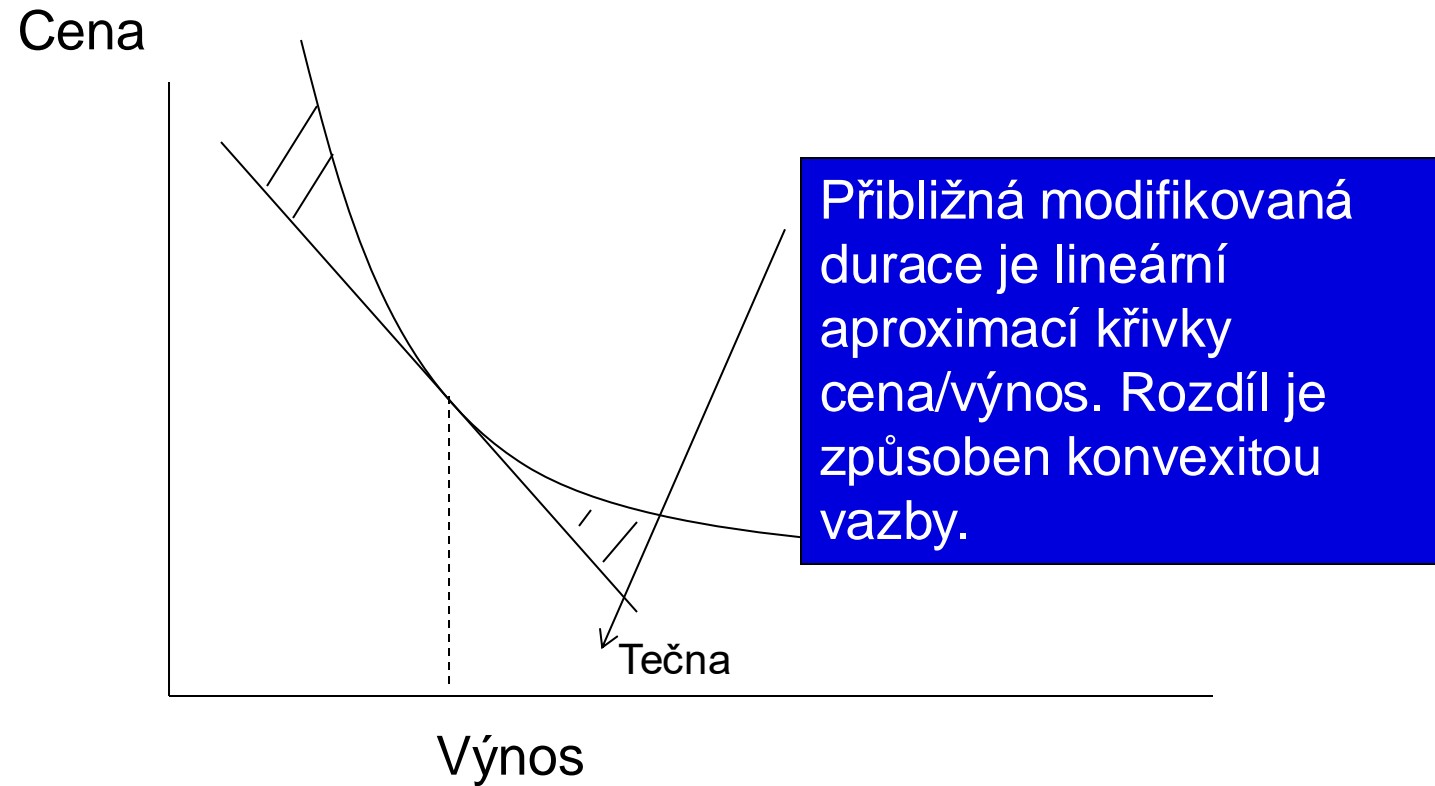
Kde  $PV_0$  je cena dluhopisu při aktuálním výnosu,  $PV_+$  je cena dluhopisu, pokud se výnos zvýší (o  $\Delta Yield$ ), a  $PV_-$  je cena dluhopisu, pokud se výnos sníží (o  $\Delta Yield$ ).

Příklad: Uvažujte 6% pololetní kupónový dluhopis se 4 roky do splatnosti, jehož cena je v současné době stanovena na nominální hodnotu (YTM = 6%).

Pokud se YTM zvýší/sníží o anualizovaných 20 bps, cena se zvýší/sníží na 99,301 a 100,705:

$$AMD = \frac{(100.705) - (99.301)}{2 \times (0.002) \times (100)} = \mathbf{3.51 \text{ procent.}}$$

# Přibližná modifikovaná durace



# Duration Gap

- Rozdíl mezi investičním horizontem investora a modifikovanou durací dluhopisu.
- Slouží k určení, zda je investor vystaven tržnímu riziku nebo reinvestičnímu riziku.

## Výpočet Duration Gap

- $\text{Duration Gap} = \text{Investiční horizont} - \text{Modifikovaná durace}$



# Typy duračního gapu

- **Pozitivní Duration Gap:**

- Investiční horizont  $>$  Durace dluhopisu.

- Převládá tržní riziko.

- Tržní riziko vzniká kvůli možné změně hodnoty dluhopisu v případě pohybu úrokových sazeb.

- **Záporný Duration Gap:**

- Investiční horizont  $<$  Durace dluhopisu.

- Převládá reinvestiční riziko.

- Reinvestiční riziko vzniká kvůli potřebě reinvestovat kuponové platby při nejisté výši úrokových sazeb.

# Příklad

- **Modifikovaná Durace dluhopisu:** 10,1247 let
- **Investiční horizont investora:** 11 let
- Duration Gap =  $11 - 10,1247 = \mathbf{0,8753}$
- **Výsledek:** Pozitivní Duration Gap
- **Tržní riziko** převládá.

# Odhad Macaulay durace

Odhad Macaulay durace (AD) je možné získat také z odhadu modifikované durace (AMD).



$$AD = AMD \times (1 + r)$$

Viz předchozí příklad

$$AD = 3.51 \times (1 + 0.03) = \mathbf{3.615 \text{ let}}$$

kde

$$r = 3\% = \$6 \text{ (roční kupón při FV = 100)/2.}$$

# Efektivní durace

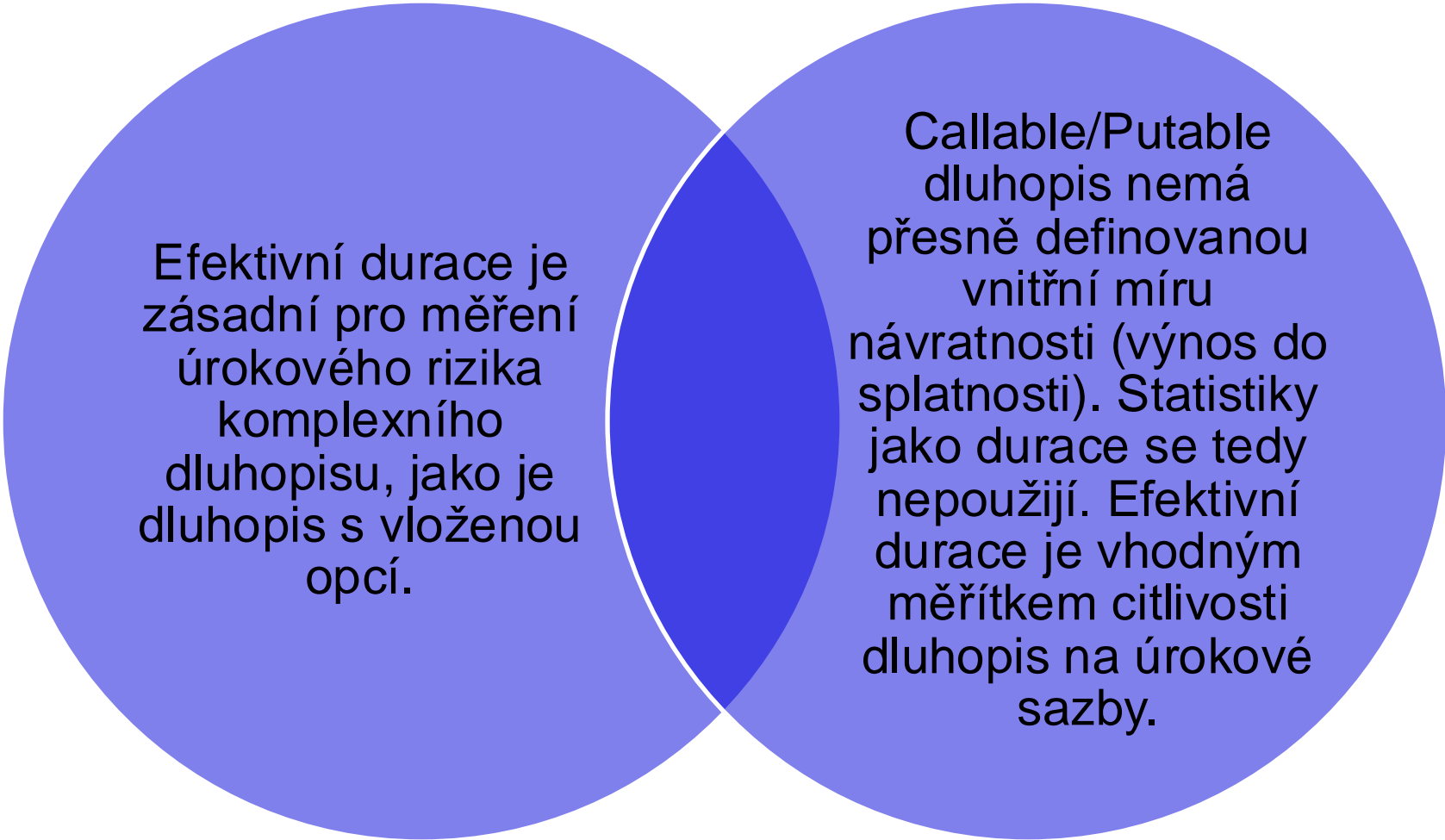
Dalším přístupem k posouzení úrokového rizika dluhopisu je odhad procentní změny ceny dané změnou benchmarkové výnosové křivky - například vládní nominální křivky.

Tento odhad, který je velmi podobný vzorci pro přibližnou modifikovanou dobu trvání, se nazývá „efektivní doba trvání“:

$$\text{EffDur} = \frac{(PV_-) - (PV_+)}{2 \times (\Delta\text{Curve}) \times (PV_0)}$$

kde  $\Delta\text{Curve}$  je paralelní posun referenční křivky.

# Kdy použít efektivní duraci?



Efektivní durace je zásadní pro měření úrokového rizika komplexního dluhopisu, jako je dluhopis s vloženou opcí.

Callable/Puttable dluhopis nemá přesně definovanou vnitřní míru návratnosti (výnos do splatnosti). Statistiky jako durace se tedy nepoužijí. Efektivní durace je vhodným měřítkem citlivosti dluhopis na úrokové sazby.

# Vlastnosti durace

Durace dluhopisu je základní veličinou, pro měření úrokového rizika u dluhopisu s pevným kupónem.

Durace dluhopisu  
s fixním kupónem  
je funkcí.

- Kupónové míry nebo kupónové platba za období
- Výnosu do splatnosti za období
- Doby do splatnosti
- Přítomnosti a povahy vložených opcí

# Kupónová sazba, YTM a durace

Kupónová sazba má inverzní vztah k Macaulay duraci.

- Dluhopis s nižším kupónem má vyšší duraci a vyšší úrokové riziko než dluhopis s vyšším kupónem.
- Macaulay durace dluhopisu s nulovým kupónem se rovná jeho době do splatnosti.

YTM má inverzní vztah k Macaulay duraci.

- Vyšší výnos do splatnosti snižuje vážený průměr přijatých peněžních toků.

# Maturita dluhopisu a Macaulay durace

Doba do splatnosti přímo souvisí s Macaulay durací

- Tento vztah platí vždy pro obchodování s dluhopisy za nominální hodnotu nebo za prémii nad nominální hodnotu.
- Výjimkou jsou dluhopisy s hlubokou diskontní sazbou, kde vztah dlouho nevydrží.

Zlomek období, které uplynulo o  $(t/T)$  je nepřímo úměrné Macaulay duraci.

- Macaulay durace plynule klesá, když  $t$  přechází z  $t = 0$  do  $t = T$  a poté po zaplacení kupónu vyskočí nahoru.



# Dluhopisy s vnořenou opcí

- Dluhopisy s vloženými opcemi (např. callable, putable) vyžadují použití efektivní durace

Výnos do splatnosti callable a putable dluhopisů není dobře definován, protože budoucí peněžní toky jsou nejisté.

- Když jsou benchmarkové výnosy vysoké (nízké), jsou efektivní durace callable dluhopisů (putable) a non-callable (non-putable) velmi podobné. Pokud jsou výnosy nízké (vysoké), existuje velká nesrovnalost v duraci callable (putable) dluhopisů a non-callable (non-putable).
- Stručně řečeno, přítomnost vložené opce snižuje citlivost ceny dluhopisu na změny benchmarkové výnosové křivky (nižší durace) za předpokladu, že nedojde ke změně úvěrového rizika.

# Money durace

Money durace dluhopisu je měřítkem změny ceny v jednotkách měny, ve které je dluhopis denominován.

Money durace lze stanovit na 100 nominální hodnoty nebo na základě skutečné velikosti pozice dluhopisu v portfoliu.

$$\Delta PV^{Full} \approx -\text{MonD} \times \Delta \text{Yield}$$

Money durace (MoneyDur) se vypočítá následovně:

$$\text{MoneyDur} = \text{AMD} \times PV^{Full}$$

# Money duration výpočet

- **Příklad:** Uvažujte 6% pololetní kupónový dluhopis se současnou cenou 100,940423 HKD a 100 HKD nominální hodnotou. Modifikovaná durace dluhopisu je 6,1268 procent. Předpokládejme, že životní pojišťovna má pozici ve výši 100 milionů HKD a tržní hodnota investice je 100 940 423 HKD. Vypočítejte money duration a změnu hodnoty pozice v důsledku poklesu YTM o 100 bps.

- Money durace (MoneyDur) se spočítá jako

$$\text{MoneyDur} = 6.1268 \times \text{HKD}100,940,423 = \mathbf{HKD618,441,784}.$$

- Odhad změny hodnoty pozice z důvodu změny sazby v HKD je

$$\Delta PV^{Full} \approx -\text{HKD}618,441,784 \times -0.01 = \mathbf{HKD6,184,418}.$$

# Hodnota v bazickém bodu (pvbp)

- Hodnota v bazickém bodu (PVBP) je odhadem změny plné ceny dané změnou výnosu do splatnosti o 1 bp.

Hodnota v bazickém bodu (PVBP):

$$PVBP = \frac{(PV_-) - (PV_+)}{2}$$

Příklad: Předpokládejme, že T-note má cenu 99,561006 a výnos 0,723368%. Zvýšení a snížení o 1 bp má za následek změnu ceny na 99,512707, respektive 99,609333. Vypočítejte PVBP:

$$PVBP = \frac{99.609333 - 99.512707}{2} = \mathbf{0.04831.}$$

# Konvexita

- Skutečný vztah mezi cenou dluhopisu a výnosem do splatnosti je zakřivená (konvexní) čára, která ukazuje skutečnou cenu dluhopisu s ohledem na její tržní diskontní sazbu.
- Statistika konvexity pro dluhopis se používá ke zlepšení odhadu procentuální změny ceny poskytované pouze modifikovanou durací. Konvexitu lze odhadnout různými způsoby:

$$\text{Convexity} = \frac{1}{P \times (1 + y)^2} \sum_{t=1}^T \left[ \frac{CF_t}{(1 + y)^t} (t^2 + t) \right]$$

$$\% \Delta PV^{Full} \approx (-AMD \times \Delta Yield) + \left[ \frac{1}{2} \times Conv \times (\Delta Yield)^2 \right]$$

# Vypočítejte konvexitu dluhopisu

Příklad: 6% roční platební dluhopis je splatný 14. února 2022 a je zakoupen k vypořádání 11. dubna 2014. YTM je 4%. Vypočítejte konvexitu dluhopisu (konvence: skutečná/skutečná):

Období	Čas do obdržení CF	CF	PV CF	$t^{2+t}$	$(t^{2+t}) \times \text{PV of CF}$
1	0.8466	6	5.80	1.56	9.07
2	1.8466	6	5.58	5.26	29.34
3	2.8466	6	5.37	10.95	58.76
4	3.8466	6	5.16	18.64	96.19
5	4.8466	6	4.96	28.34	140.58
6	5.8466	106	84.28	40.03	3373.63
			111.15		3707.57
<b>Conv = <math>1/(1 + 0.04)^2 \times 3707.57/111.15 = 30.84</math></b>					

# Odhady money, a efektivní konvexity

- Podobně jako u modifikovaného durace lze konvexitu přesně aproximovat.

Odhad convexity se počítá jako:

$$A_{Conv} = \frac{(PV_-) + (PV_+) - [2 \times (PV_0)]}{(\Delta Yield)^2 \times (PV_0)}$$

Peněžní konvexita dluhopisu je roční konvexita vynásobená plnou cenou.

• Efektivní konvexita dluhopisu je konvexita která měří sekundární účinek změny benchmarkové výnosové křivky.

$$EffConv = \frac{[(PV_-) + (PV_+)] - [2 \times (PV_0)]}{(\Delta Curve)^2 \times (PV_0)}$$

# Výpočet odhadu konvexity

**Příklad:** Zvažte 6% pololetní kupón platící dluhopis se 4 roky do splatnosti, který je v současné době oceněn na nominální hodnotu (YTM = 6%) a má AMD (modifikovanou duraci) 3,51. Pokud se YTM zvýší/ sníží o 20 bps, cena se zvýší/ sníží na 99,301, respektive 100,705. Vypočítejte AConv a vliv zvýšení výnosu o 50 bps na cenu dluhopisu:

$$AConv = \frac{100.705 + 99.301 - (2 \times 100)}{(0.002)^2 \times 100} = \mathbf{14.81}$$

$\% \Delta PV^{Full} \approx -3.51 \times 0.005 + \frac{1}{2} \times 14.81 \times (0.005)^2 = -1.735\% + 0,0185\% = \mathbf{-1,737\%}$ ,  
včetně úpravy o konvexitu o 0,0185%.