

### Vlastní čísla a vlastní vektory:

Př.1: Najděte vlastní čísla a vlastní vektory matice  $A = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 1 \\ 1 & -2 & 1 \\ 1 & -3 & 2 \end{pmatrix}$ .

```
(A<-matrix(c(2,1,1,-3,-2,-3,1,1,2),3))
eigen(A)
```

### Funkce a definiční obor:

Př.1: Zakreslete funkci  $f(x) = \begin{cases} x^2 - 1 & \dots & x < 0 \\ x - 1 & \dots & 0 \leq x < 1 \\ \ln x & \dots & x \geq 1 \end{cases}$

Př.2: Určete definiční obor funkce  $f(x) = \frac{\sqrt{\ln(x-1)}}{x-2}$ .

Př.3: Určete definiční obor funkce  $f(x) = \frac{\sqrt{x^2-x-2}}{\ln x}$ .

### Limita funkce:

```
install.packages("caracas")
library(caracas)
caracas::install_sympy()
x <- symbol("x")
```

Př.1: Spočtěte  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x-1}}{x^2+2}$ .  
`lim(sqrt(x-1)/(x^2+2), x, 1)`

Př.2: Spočtěte  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x+|x|}{x}$ .

Př.3: Spočtěte  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2-3x}{x^3-27}$ .  
`lim((x^2-3*x)/(x^3-27), x, 3)`

Př.4: Spočtěte  $\lim_{x \rightarrow 3} \left( \frac{1}{x-3} - \frac{5}{x^2-x-6} \right)$ .  
`lim(1/(x-3)-5/(x^2-x-6), x, 3)`

Př.5: Spočtěte  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{4-\sqrt{x+17}}{2x+2}$ .  
`lim((4-sqrt(x+17))/(2*x+2), x, -1)`

Př.6: Spočtěte  $\lim_{a \rightarrow 2} \frac{\frac{1}{3} - \frac{2}{3a}}{a-2}$ .

Př.7: Spočtěte  $\lim_{t \rightarrow 3} \sqrt{\frac{32t-96}{t^2-2t-3}}$ .  
`lim(sqrt((32*t-96)/(t^2-2*t-3)), x, 3)`

### L'Hospitalovo pravidlo:

Př.1: Spočtěte  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-\cos x}{x \sin x}$ .  
`lim((1-cos(x))/(x*sin(x)), x, 0)`

Př.2: Spočtěte  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} (1 - \sin x) \operatorname{tg} x$ .  
`lim((1-sin(x))*tan(x), x, pi/2)`

Př.3: Spočtěte  $\lim_{x \rightarrow 0^+} x \ln x$ .  
`lim(x*log(x), x, 0, dir = '+')`

Př.4: Spočítejte  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \left( \frac{1}{\sin x} - \frac{1}{e^x - 1} \right)$ .  
`lim(1/sin(x) - 1/(exp(x)-1), x, 0, dir = '+')`

**Tečna funkce:**

Př.1: Nalezněte tečnu funkce  $y = \ln(2x - 1)$  v bodě  $T = [1, ?]$ .  
`f=expression(log(2*x-1))`  
`slope<-eval(x<-1;D(f,'x')) #prvni derivace v zadanem bode`  
`y0<-eval(x<-1;f) #y-souradnice bodu dotyku`  
`yint <- y0 - slope #prusecik s y`  
`plot(function(x) log(2*x-1), xlim = c(0,10), lwd=2)`  
`curve(yint + slope*x, add=T, col = 4, lwd=2)`  
`points(1,y0, pch=19, col = 2)`

**Lokální extrémů funkce:**

Př.1: Nalezněte lokální extrémů funkce  $y = x - \sqrt{x - 1}$ .  
`plot(function(x) x-sqrt(x-1), xlim = c(1,3))`  
`xyr<-expression(x-sqrt(x-1))`  
`D1 <- D(xyr, 'x')`  
`f = function(x) eval(D1)`  
`uniroot(f,c(1,2))`

**Asymptoty funkce:**

Př.1: Nalezněte asymptoty k funkci  $y = \frac{2x}{1-3x}$ .

Př.2: Nalezněte asymptoty k funkci  $y = x + \frac{\ln x}{x}$ .

Př.3: Vyšetřete funkci  $y = x \operatorname{arccotg} x$ .