

Logika:

Mějme $v1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$, $v2 = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$, $v3 = \begin{pmatrix} 10 \\ 10 \\ 10 \end{pmatrix}$, $v4 = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$ a $v5 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$.

`v1<-c(1,2,3);v2<-c(3,2,1);v3<-c(10,10,10);v4<-c('a','b','c');v5<-c(1,10)`

Př.1: Rozhodněte, které prvky vektoru $v1$ jsou větší než prvky vektorů $v2$ a $v3$.

`v1>v2; v1>v3`

Př.2: Rozhodněte, zda-li všechny prvky vektoru $v3$ jsou aspoň tak veliké, jako prvky $v2$.

`all(v3>=v2)`

Př.3: Rozhodněte, zda alespoň jeden prvek vektoru $v3$ je větší než 2.

`any(v3>2)`

Př.4: V Rstudiu vyzkoušejte porovnat libovolné vektory.

`all(v4 != v3)`

`all(v4 > v3)`

`all(v4 = v3)`

`v4 < v5`

`any(v1<v2) & all(v2<v3)`

`if (any(v1>v3)|all(v2 > 1)) print("ahoj") else print("Cau")`

Matice:

Př.1: Mějme $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \\ 2 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ a $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ -2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$. Spočtete BA, A^2, B^T .

Dále určete hodnotu matice A a určete její determinant.

`A<-matrix(c(1,0,2,2,-1,0,0,1,-1),3);B<-matrix(c(0,-2,1,0,1,1),2)`

`B%*%A`

`A%*%A`

`t(B)`

`qr(A)$rank`

`det(A)`

Př.2: Mějme $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -2 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \\ 4 & 2 & 2 & 1 \\ 8 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$. Pomocí Laplaceova rozvoje určete

$|A|$.

`A<-matrix(c(2,1,4,8,1,-1,2,1,-2,-1,2,1,-1,1,1,2),4)`

Př.3: Mějme $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 6 & 5 & 4 \\ 13 & 10 & 8 \end{pmatrix}$. Určete A^{-1} .

`A<-matrix(c(1,6,13,1,5,10,1,4,8),3)`

```

B<-solve(A)
A%%B
C<-round(solve(A))
A%%C
C%%A

```

Systém lineárních rovnic:

Př.1: Vyřešte soustavu rovnic

$$\begin{aligned}
 x + 2y &= 5, \\
 y - 3z &= 5, \\
 3x - z &= 4.
 \end{aligned}$$

```

(A<-matrix(c(1,0,3,2,1,0,0,-3,-1),3));(b<-c(5,5,4))
x<-solve(A,b)
A%%x
all(A%%x == b)

```

Př.2: Vyřešte soustavu rovnic

$$\begin{aligned}
 2x - y + z &= 0, \\
 x + 2y - 2z &= 0, \\
 3x + y - z &= 0.
 \end{aligned}$$

```

(A<-matrix(c(2,1,3,-1,2,1,1,-2,-1),3));(b<-c(0,0,0))
(x<-solve(A,b))
det(A)
install.packages("pracma")
library(pracma)
rref(cbind(A, b))

```

Př.3: Vyřešte soustavu rovnic

$$\begin{aligned}
 2a + b - c + d &= 1, \\
 3a - 2b + 2c - 3d &= 2, \\
 2a - b + c - 3d &= 4, \\
 5a + b - c + 2d &= -1.
 \end{aligned}$$

```

(A<-matrix(c(2,3,2,5,1,-2,-1,1,-1,2,1,-1,1,-3,-3,2),4));(b<-c(1,2,4,-1))
(x<-solve(A,b))
det(A)
rref(cbind(A,b))

```

Vlastní čísla a vlastní vektory:

Př.1: Najděte vlastní čísla a vlastní vektory matice $A = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 1 \\ 1 & -2 & 1 \\ 1 & -3 & 2 \end{pmatrix}$.

```
(A<-matrix(c(2,1,1,-3,-2,-3,1,1,2),3))  
eigen(A)
```

Funkce a definiční obor:

Př.1: Zakreslete funkci $f(x) = \begin{cases} x^2 - 1 & \dots & x < 0 \\ x - 1 & \dots & 0 \leq x < 1 \\ \ln x & \dots & x \geq 1 \end{cases}$

Př.2: Určete definiční obor funkce $f(x) = \frac{\sqrt{\ln(x-1)}}{x-2}$.

Př.3: Určete definiční obor funkce $f(x) = \frac{\sqrt{x^2-x-2}}{\ln x}$.

Limita funkce:

```
install.packages("caracas")  
library(caracas)  
caracas::install_sympy()  
x <- symbol("x")
```

Př.1: Spočtěte $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x-1}}{x^2+2}$.
`lim(sqrt(x-1)/(x^2+2), x, 1)`

Př.2: Spočtěte $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x+|x|}{x}$.

Př.3: Spočtěte $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2-3x}{x^3-27}$.
`lim((x^2-3*x)/(x^3-27), x, 3)`

Př.4: Spočtěte $\lim_{x \rightarrow 3} \left(\frac{1}{x-3} - \frac{5}{x^2-x-6} \right)$.
`lim(1/(x-3)-5/(x^2-x-6), x, 3)`

Př.5: Spočtěte $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{4-\sqrt{x+17}}{2x+2}$.
`lim((4-sqrt(x+17))/(2*x+2), x, -1)`

Př.6: Spočtěte $\lim_{a \rightarrow 2} \frac{\frac{1}{3} - \frac{2}{3a}}{a-2}$.

Př.7: Spočtěte $\lim_{t \rightarrow 3} \sqrt{\frac{32t-96}{t^2-2t-3}}$.
`lim(sqrt((32*t-96)/(t^2-2*t-3)), x, 3)`

L'Hospitalovo pravidlo:

Př.1: Spočtěte $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-\cos x}{x \sin x}$.
`lim((1-cos(x))/(x*sin(x)), x, 0)`

Př.2: Spočtěte $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} (1 - \sin x) \operatorname{tg} x$.
`lim((1-sin(x))*tan(x), x, pi/2)`

Př.3: Spočtěte $\lim_{x \rightarrow 0^+} x \ln x$.
`lim(x*log(x), x, 0, dir = '+')`

Př.4: Spočítejte $\lim_{x \rightarrow 0^+} \left(\frac{1}{\sin x} - \frac{1}{e^x - 1} \right)$.
lim(1/sin(x) - 1/(exp(x)-1), x, 0, dir = '+')

Tečna funkce:

Př.1: Nalezněte tečnu funkce $y = \ln(2x - 1)$ v bodě $T = [1, ?]$.
f=expression(log(2*x-1))
slope<-eval(x<-1;D(f,'x')) #prvni derivace v zadanem bode
y0<-eval(x<-1;f) #y-souradnice bodu dotyku
yint <- y0 - slope #prusecik s y
plot(function(x) log(2*x-1), xlim = c(0,10), lwd=2)
curve(yint + slope*x, add=T, col = 4, lwd=2)
points(1,y0, pch=19, col = 2)

Lokální extrémů funkce:

Př.1: Nalezněte lokální extrémů funkce $y = x - \sqrt{x - 1}$.
plot(function(x) x-sqrt(x-1), xlim = c(1,3))
xyr<-expression(x-sqrt(x-1))
D1 <- D(xyr, 'x')
f = function(x) eval(D1)
uniroot(f,c(1,2))

Asymptoty funkce:

Př.1: Nalezněte asymptoty k funkci $y = \frac{2x}{1-3x}$.

Př.2: Nalezněte asymptoty k funkci $y = x + \frac{\ln x}{x}$.

Př.3: Vyšetřete funkci $y = x \operatorname{arccotg} x$.

Globální extrémů funkce:

Př.1: Nalezněte globální extrémů funkce $y = x^2 - 2x + 2$ na množině $(0, 2)$.
plot(function(x) x^2-2*x+2, xlim = c(0,2))

Průběh funkce:

Př.1: Vyšetřete funkci $y = \frac{|x-1|}{x+2}$.
plot(function(x) abs(x-1)/(x+2), xlim = c(-10,20))

Př.2: Vyšetřete funkci $y = (1 - x^2)^2$.
plot(function(x) (1-x^2)^2, xlim = c(-2,2))

Př.3: Vyšetřete funkci $y = x^2 e^{-x}$.
plot(function(x) x^2*exp(-x), xlim = c(-1,4))

Taylorův polynom:

Př.1: Určete Taylorovu řadu k funkci $f(x) = \sin x$ se středem $x_0 = 0$.

```
library(pracma)
f <- function(x) sin(x)
p <- taylor(f, 0, 6)
```

Př.2: Pomocí Taylorova polynomu pro $n = 3$ určete přibližně $\sqrt[3]{30}$.

```
f <- function(x) x^(1/3)
p <- taylor(f, 27, 3) # zkusit si různé středy
polyval(p, 30)
```

Funkce více proměnných:

Př.1: Znázorněte definiční obor funkce $z = \sqrt{(1 - \ln y)(\ln -x)}$.

Př.2: Vypočítejte všechny parciální derivace až do řádu dva $z = (x + y)e^{-x}$.

```
install.packages("mosaicCalc")
library(mosaicCalc)
D((x+y)*exp(-x)~x)
D((x+y)*exp(-x)~y)
D((x+y)*exp(-x)~x&x)
D((x+y)*exp(-x)~x&y)
D((x+y)*exp(-x)~y&x)
D((x+y)*exp(-x)~y&y)
```

Př.3: Vyšetřete lokální extrémů funkce $f(x, y) = (x + y^2)e^{\frac{x}{2}}$.

```
install.packages("plot3D")
library(plot3D)
X<- seq(-10,10, length.out = 20)
Y<- seq(-10,10, length.out = 20)
M<-mesh(X,Y)
x<-M$x
y<-M$y
z=(x+y^2)*exp(x/2)
perspbox(x,y,z, bty = "b2", ticktype = "detailed", d = 2, main =
"funkce z")
persp3D(x,y,z,add = T)
```

Př.4: Vyšetřete lokální extrémů funkce $f(x, y) = (x^2 - 1)(1 - x^4 - y^2)$.

```
X<-seq(-2,2,length.out = 100)
Y<-seq(-2,2,length.out = 100)
M<-mesh(X,Y);x<-M$x;y<-M$y
z=(x^2-1)*(1-x^4-y^2)
perspbox(x,y,z, bty = "b2", ticktype = "detailed", d = 2, main =
"funkce z")
surf3D(x,y,z,add = T)
```

Neurčitý integrál:

library(mosaicCalc)

antiD(a*x^2 - 3*x ~ x)

Př.1: Spočtete $\int \frac{(x-1)^2}{\sqrt{x}} dx$.

G = antiD((x-1)^2/sqrt(x)~x)

Př.2: Spočtete $\int \operatorname{tg}^2 x dx$.

Př.3: Spočtete $\int \frac{\sin x}{7+\cos x} dx$.

Př.4: Spočtete $\int \frac{x^2-x+1}{x^3-3x^2+3x-1} dx$.

Př.5: Spočtete $\int x e^{x^2} dx$.

Př.6: Spočtete $\int \frac{e^{\frac{1}{x}}}{x^2} dx$.

Př.7: Spočtete $\int \ln x dx$.

Př.8: Spočtete $\int x^2 e^{x+1} dx$.

Př.9: Spočtete $\int \sin x \cos x dx$.

Určitý integrál:

Př.1: Spočtete $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x dx$.

f<-function(x) cos(x)

integrate(f,0,pi/2)

Př.2: Spočtete $\int_0^1 \frac{1+e^x}{e^x} dx$.

f<-function(x)

(1+exp(x))/exp(x)

integrate(f,0,1)

Př.3: Spočtete $\int_0^2 x\sqrt{4-x^2} dx$.

f<-function(x) x*sqrt(4-x^2)

integrate(f,0,2)

Př.4: Spočtete obsah plochy ohraničené $y = x^2 - 4x + 6$ a $-2x^2 + 8x - 3$.

f1 <- function(x) x^2 - 4*x + 6

f2 <- function(x) -2*x^2+8*x-3

curve(f1,from=1e-

1,to=1e1,log="xy")

curve(f2, add=T, col=3)

a<-uniroot(function(x) f1(x)-

f2(x),c(0.9,1.5),extendInt="yes")

b<-uniroot(function(x) f1(x)-

f2(x),c(1.5,5),extendInt="yes")

F1<-integrate(f1,a\$root,b\$root)

F2<-integrate(f2,a\$root,b\$root)

F2\$value-F1\$value

Př.5: Spočtete $\int_1^{\infty} \frac{1}{x^4+x^2} dx$.

f<-

1/(x^2+x^4)

integrate(f,1,Inf)

Př.6: Spočtete $\int_1^{\infty} \frac{\operatorname{arctg} x}{1+x^2} dx$.

f<-function(x)

atan(x)/(1+x^2)

integrate(f,1,Inf)

Př.7: Spočtete $\int_0^2 \frac{dx}{x}$.

f<- function(x) 1/x

integrate(f,0,2)

integrate(f,0,2,

rel.tol=.Machine\$double.eps^0.056)

Př.8: Spočtete $\int_{-1}^1 \ln |x| dx$.

f<-function(x) log(abs(x))

integrate(f,0,1)\$value+integrate(f,-

1,0)\$value