

PÁTÉ CVIČENÍ
FUNKCE VÍCE PROMĚNNÝCH
VÝSLEDKY (BEZ ZÁRUKY)

PŘÍKLAD 1:

- a) $f_x = 3x^2 + 4xy + 3y^2 + 4$, $f_y = 2x^2 + 6xy - 5$ b) $f_x = \frac{\ln y}{2\sqrt{x}}$, $f_y = \frac{\sqrt{x}}{y}$
c) $f_x = \frac{y^3 - x^2y}{(x^2 + y^2)^2}$, $f_y = \frac{x^3 - xy^2}{(x^2 + y^2)^2}$, d) $f_x = 20(2x + 3y)^9$, $f_y = 30(2x + 3y)^9$,
e) $f_x = y \ln(x + y) + \frac{xy}{x+y}$, $f_y = x \ln(x + y) + \frac{xy}{x+y}$, f) $f_x = \frac{y}{x^2 + y^2}$, $f_y = -\frac{x}{x^2 + y^2}$.

PŘÍKLAD 2:

- a) $f_x = 3x^2 - 4y^2$, $f_y = 3y^2 - 8xy$, $f_{xx} = 6x$, $f_{yy} = 6y - 8x$, $f_{xy} = -8y$;
b) $f_x = 3y^4 + 3x^2y^2$, $f_y = 12xy^3 + 2x^3y$, $f_{xx} = 6xy^2$, $f_{yy} = 36xy^2 + 2x^3$, $f_{xy} = 12y^3 + 6x^2y$;
c) $f_x = ye^y$, $f_y = xe^y + xye^y$, $f_{xx} = 0$, $f_{yy} = 2xe^y xye^y$, $f_{xy} = e^y + ye^y$;
d) $f_x = -e^{-x-y}$, $f_y = -e^{-x-y}$, $f_{xx} = e^{-x-y}$, $f_{yy} = e^{-x-y}$, $f_{xy} = e^{-x-y}$.

PŘÍKLAD 3:

- a) v bodě $[7, -3]$ je lokální minimum hodnoty -19 ;
b) body $[-\frac{5}{3}, 0]$, $[1, \pm 4]$ jsou stacionární body, kde není extrém, v bodě $[0, 0]$ je lokální minimum hodnoty 0 ;
c) v bodě $[0, 0]$ je stacionární bod, kde není extrém, v bodech $[1, 1]$ a $[-1, -1]$ jsou lokální minima hodnoty -1 .

PŘÍKLAD 4:

- a) $u'_x(x, y) > 0$ a $u'_y(x, y) < 0$, s rostoucím bohatstvím stoupá spokojenost, s rostoucím znečištěním klesá.
b) $u''_{xy} = \frac{\partial}{\partial y} u'_x$, tedy u''_{xy} popisuje změnu u'_x při změně y , je-li $u''_{xy} < 0$ můžeme říci, že zvýšení well-beingu společnosti získané zvýšením hrubého domácího produktu o pevnou hodnotu se snižuje s rostoucí úrovní znečištění.
c) Podobně jako v bodě b) platí $u''_{yx} = \frac{\partial}{\partial x} u'_y$, je-li opět $u''_{yx} < 0$ tak zvýšení well-beingu díky vystavení menšímu znečištění (což je zhruba $-u'_y$ na jednotku) stoupá s velikostí x (tedy, že tento předpoklad je v souladu s pozorováním, že chudí lidé tolerují znečištění snadněji).