

SEDMÉ CVIČENÍ
NEURČITÝ INTEGRÁL

PŘÍKLAD 1: Vypočtěte následující integrály

a) $\int (x^2 + 2 \sin x) dx,$

b) $\int \left(\sqrt{x} + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x} \right) dx,$

c) $\int \frac{x^2}{x^3-1} dx,$

d) $\int \frac{3x^3}{x^4+4} dx,$

e) $\int \frac{e^x}{e^x+1} dx,$

f) $\int \frac{5x^2}{3x^3+4} dx,$

g) $\int \frac{1}{(x+1)^2} dx,$

h) $\int e^{-0,1x} dx,$

i) $\int \sqrt{2x-1} dx,$

j) $\int (1-2x)^3 dx,$

k) $\int \cos \frac{x}{2} dx,$

l) $\int \frac{1}{x^2+16} dx,$

m) $\int \frac{2}{16+9x^2} dx,$

n) $\int \frac{2}{\sqrt{4-9x^2}} dx.$

PŘÍKLAD 2: Řešte následující rovnice, resp. počáteční problémy:

a) $y' = 2xy,$

b) $y' = \frac{4y-1}{x},$

c) $y' = -\frac{x}{y}, \quad y(0) = 2,$

d) $y' = \frac{xy}{x+1}, \quad y(0) = 1.$

PŘÍKLAD 3: Sběrka umění byla pořízena za cenu 400 000 Kč a předpokládá se, že její hodnota poroste každý rok o 5%. Jak vypadá diferenciální rovnice, která modeluje hodnotu sbírky v čase? Jaká bude hodnota sbírky za 10 let?

PŘÍKLAD 4: Spalování fosilních paliv je zodpovědné za zvýšení množství oxidu uhličitého, který je pravděpodobně jednou z příčin zvýšení globální teploty. V současnosti je v atmosféře přibližně 3200 miliard tun oxidu uhličitého a jeho množství roste každoročně o 50 miliard tun, přičemž pouze 1% z akumulovaného množství se každoročně odstraní přírodními procesy. Namodelujte množství oxidu uhličitého v čase pomocí diferenciální rovnice a určete, kdy bude v atmosféře 4000 miliard tun oxidu uhličitého (jedná se o množství, při kterém by mělo dojít ke zvýšení teploty o dva stupně Celsia). Jaké bude dlouhodobé množství oxidu uhličitého v atmosféře?

PŘÍKLAD 5: Předpokládejme, že návrh zákona při hlasování v Senátu získává podporu přímo úměrně tomu, kolik hlasů již má a zároveň i přímo úměrně tomu, kolik hlasů mu chybí. Jak vypadá rovnice, která modeluje tento proces?