

OSMÉ CVIČENÍ  
URČITÝ INTEGRÁL

PŘÍKLAD 1: Vypočtete následující integrály

a)

$$\int_1^3 \frac{1}{x^2} dx$$

b)

$$\int_0^1 \frac{x}{x^2 + 1} dx$$

c)

$$\int_0^2 e^{\frac{1}{2}x} dx$$

PŘÍKLAD 2: Vypočtete průměrnou hodnotu funkce  $f(x) = \sqrt{x}$  na intervalu  $[0, 4]$ .

PŘÍKLAD 3: Určete parametr  $b$  tak, aby průměrná hodnota funkce

$$f(x) = 2 + 6x - 3x^2$$

na intervalu  $[0, b]$  byla 3.

PŘÍKLAD 4: Určete obsah oblasti ohraničené grafy funkcí

a)  $y = 2 - x^2, y = x$

b)  $y = x^2 + 2x, y = 4 - x^2$

PŘÍKLAD 5: Kapitálová hodnota  $CV$  majetku (ropný vrt, důl apod.), který produkuje stálý příjem, je součtem jeho současné hodnoty a všech budoucích příjmů z tohoto majetku. Proto je přirozené, že tuto hodnotu můžeme spočítat jako

$$CV = \int_0^T r(t)e^{-it} dt,$$

kde  $r(t)$  značí roční příjem,  $i$  spojitou úrokovou míru a  $T$  je předpokládaná životnost v letech. Použijte tento vztah a určete hodnotu ropného vrtu, u něhož se předpokládá, že bude generovat 240 000 dolarů po příštích deset let a úrokové míře 6 %.

PŘÍKLAD 6: Roční import země je  $I(t) = 30e^{0,2t}$  a její export je  $E(t) = 25e^{0,1t}$ , obojí v miliardách dolarů. Čas  $t$  je měřen v letech a  $t = 0$  odpovídá roku 2024. Jaký bude akumulovaný deficit zahraničního obchodu této země za následujících deset let?

PŘÍKLAD 7: Pro Spojené státy americké v roce 2018 byla Lorenzova křivka přibližně  $L(x) = x^{2,8}$ . Vypočtete Giniho index

$$GI = 2 \int_0^1 (x - L(x)) dx .$$

pro Spojené státy americké a rozhodněte, zda-li je tato země více nebo méně rovnostářská než Česká republika ( $GI = 0,22$ ).