

PŘÍKLADY K PROCVIČENÍ
POSLOUPNOSTI A ŘADY

PŘÍKLAD 1: Určete následující součty:

- a) $\sum_{n=0}^{23} 10\,000 \cdot 1,1^n$, b) $\sum_{n=0}^{11} P_0 \cdot 1,05^n$, $P_0 > 0$,
- c) $\sum_{n=0}^9 \frac{10000}{1,1^n}$, d) $\sum_{n=0}^9 \frac{20000}{1,05^n}$.

PŘÍKLAD 2: Ukažte, že řady divergují

- a) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3}{2}\right)^n$, b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n+1}$,
- c) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n-3}{n}$, d) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1+2^n}{2^n}$.

PŘÍKLAD 3: Určete následující součty:

- a) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{3^n}$, b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n+2^n}{4^n}$,
- c) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1+2^n}{4^n}$, d) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{2^n-1}{3^n}$.

PŘÍKLAD 4: Autor učebnice si může nechat vyplatit tantiémy dvěma různými způsoby. Buď dostane 20 000 Kč ihned a nebo dostane 4 500 Kč v pěti ročních splátkách, přičemž první dostane okamžitě. Která nabídka je výhodnější, je-li roční úroková míra 5 %?

PŘÍKLAD 5: Vláda se rozhodne dát fixní slevu na daních každé domácnosti, přičemž usuzuje, že část této slevy se utratí za služby a zboží. Příjemci těchto peněz opět utratí stejnou část této částky atd. Je pro celkový přínos výhodnější, když vláda poskytne slevu ve výši 10 000 Kč a příjemci utratí 75 % nebo když bude sleva 8 000 Kč, ale příjemci utratí 90 %?

VÝSLEDKY

PŘÍKLAD 1:

- a) 884 973;
- b) $15,92P_0$;
- c) 67 590;
- d) 162 156.

PŘÍKLAD 2: Ve všech případech není splněna nutná podmínka konvergence.

- a) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{3}{2}\right)^n = \infty$;
- b) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{n+1} = 1$;
- c) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n-3}{n} = 1$;
- d) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1+2^n}{2^n} = 1$.

PŘÍKLAD 3:

- a) $\frac{3}{2}$;
- b) 4;
- c) $\frac{4}{3}$;
- d) $\frac{3}{2}$.

PŘÍKLAD 4: V první variantě je přínos na příjemce

$$s_1 = \frac{10\,000}{1 - \frac{3}{4}} = 40\,000 \text{ Kč.}$$

V druhém případě

$$s_2 = \frac{8\,000}{1 - \frac{9}{10}} = 80\,000 \text{ Kč.}$$

Druhá varianta je tedy výhodnější.

PŘÍKLAD 5: Můžeme využít konceptu současné hodnoty. Současná hodnota splátek je pak

$$PV = 4\,500 + \frac{4\,500}{1,05} + \frac{4\,500}{1,05^2} + \frac{4\,500}{1,05^3} + \frac{4\,500}{1,05^4} = 20\,456 \text{ Kč.}$$

Splátky jsou tedy výhodnější.