

PŘÍKLADY K PROCVIČENÍ
DERIVACE

PŘÍKLAD 1: Vypočtěte derivace následujících funkcí (proměnná je vždy x , $a > 0$, $b > 0$)

- | | |
|---------------------------|----------------------------------|
| a) $y = x^3 + 2x^2 + 1,$ | b) $y = 3x^3 + \frac{2}{x^4},$ |
| c) $y = ax^2 + bx,$ | d) $y = x\sqrt{x} - x^2(x - 1),$ |
| e) $y = 2x^2e^x,$ | f) $y = 3x \ln x,$ |
| g) $y = (x + 1) \cos x,$ | h) $y = \frac{x-1}{x^2+1},$ |
| i) $y = \frac{a}{x^2+1},$ | j) $y = \frac{ax+1}{x^2+b},$ |
| k) $y = \frac{x}{\ln x},$ | l) $y = e^{-ax},$ |
| m) $y = \sqrt{e^x + 1},$ | n) $y = (ax^2 + b)^3,$ |
| o) $y = e^{x^2+1},$ | p) $y = \ln \frac{x}{x^2+1}.$ |

PŘÍKLAD 2: Vypočtěte druhou derivaci funkcí

- | | |
|----------------------------|-------------------------------|
| a) $y = x^4 - 2x^3 - x^2,$ | b) $y = x^2 - \frac{1}{x^2},$ |
| c) $y = e^{-x^2},$ | d) $y = \frac{x}{x^2+1}.$ |

VÝSLEDKY

PŘÍKLAD 1:

- a) $y' = 3x^2 + 4x;$
- b) $y' = 9x^2 - \frac{8}{x^5};$
- c) $y' = 2ax + b;$
- d) $y' = -3x^2 + 2x + \frac{3}{2}\sqrt{x};$
- e) $y' = 2xe^x(x + 2);$
- f) $y' = 3(\ln(x) + 1);$
- g) $y' = \cos x - (x + 1)\sin x;$
- h) $y' = \frac{-x^2+2x+1}{(x^2+1)^2};$
- i) $y' = -\frac{2ax}{(x^2+1)^2};$
- j) $y' = \frac{a(b-x^2)-2x}{(b+x^2)^2};$
- k) $y' = \frac{\ln x - 1}{\ln^2 x};$
- l) $y' = -ae^{-ax};$
- m) $y' = \frac{e^x}{2\sqrt{e^x+1}};$
- n) $y' = 6ax(ax^2 + b)^2;$
- o) $y' = 2xe^{x^2+1};$
- p) $y' = \frac{1-x^2}{x(x^2+1)}.$

PŘÍKLAD 2:

- a) $y' = 4x^3 - 6x^2 - 2x, y'' = 12x^2 - 12x - 2;$
- b) $y' = 2x + \frac{2}{x^3}, y'' = 2 - \frac{6}{x^4};$
- c) $y' = -2xe^{-x^2}, y'' = (4x^2 - 2)e^{-x^2};$
- d) $y' = \frac{1-x^2}{(x^2+1)^2}, y'' = \frac{2x(x^2-3)}{(x^2+1)^3}.$