

PŘÍKLADY K PROCVIČENÍ
FUNKCE VÍCE PROMĚNNÝCH

PŘÍKLAD 1: Vypočítejte parciální derivace druhého řádu daných funkcí

a) $f(x, y) = x^2 + 2y^2 + 2xy - 3x - 3y + 1,$

b) $f(x, y) = \frac{3xy}{x+y},$

c) $f(x, y) = xe^{x-y},$

d) $f(x, y) = \ln(x^2 + y).$

PŘÍKLAD 2: Určete lokální extrémy funkce

a) $f(x, y) = x^3 + y^3 - 3xy,$

b) $f(x, y) = xy^2 + 4xy - 2x^2.$

VÝSLEDKY

PŘÍKLAD 1:

a) $f_x = 2x + 2y - 3$, $f_y = 4y + 2x - 3$, $f_{xx} = 2$, $f_{yy} = 4$, $f_{xy} = 2$;

b) $f_x = \frac{3y^2}{(x+y)^2}$, $f_y = \frac{3x^2}{(x+y)^2}$, $f_{xx} = \frac{-6y^2}{(x+y)^3}$, $f_{yy} = \frac{-6x^2}{(x+y)^3}$, $f_{xy} = \frac{6xy}{(x+y)^3}$;

c) $f_x = (x+1)e^{x-y}$, $f_y = -xe^{x-y}$, $f_{xx} = (x+2)e^{x-y}$, $f_{yy} = xe^{x-y}$, $f_{xy} = -(x+1)e^{x-y}$;

d) $f_x = \frac{2x}{x^2+y}$, $f_y = \frac{1}{x^2+y}$, $f_{xx} = -\frac{2(x^2-y)}{(x^2+y)^2}$, $f_{yy} = -\frac{1}{(x^2+y)^2}$, $f_{xy} = -\frac{2x}{(x^2+y)^2}$.

PŘÍKLAD 2:

a) lokální minimum v bodě $[0, 0]$ hodnoty 0 a v bodě $[1, 1]$ je stacionární bod, ve kterém není extrém,b) lokální maximum v bodě $[-1, -2]$ hodnoty 2.